

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky

Modelování deformace dopravního pásu

The Modeling Of the Deformation Of the Conveyor Belt

Student:

Václav Čekán

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

Ostrava 2012

Zadání bakalářské práce

Student: **Václav Čekán**
Studijní program: **B2341 Strojírenství**
Studijní obor: **3901R003 Aplikovaná mechanika**
Téma: **Modelování deformace dopravního pásu.
The Modeling Of the Deformation Of the Conveyor Belt.**

Zásady pro vypracování:

1. Úvod - použití a konstrukce dopravních pásů
2. Lineární model dopravního pásu - výpočet deformace
3. Nelineární model - výpočet deformace, verifikace
4. Výpočet objemu dopravovaného materiálu
5. Závěr

Seznam doporučené odborné literatury:

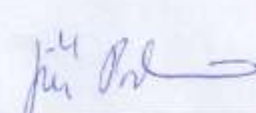
- [1] Kolář V., Kratochvíl J., Leitner F., Ženíšek A. : Výpočet plošných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků. SNTL, Praha 1979.
- [2] Kolář V., Němec I., Kanický V. : FEM Principy a praxe metody konečných prvků. Computer Press, 1997.
- [3] Crisfield M. A. - Non-linear finite element analysis of solids and structures. John Wiley & Sons Ltd, Baffins Lane, Chichester, 1997.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.**

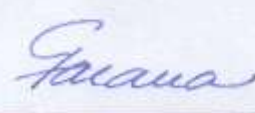
Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012



doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.
vedoucí katedry





prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 21.5.2012

..... Vaclav Lehn

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́доміі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́доміі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 21.5.2012

.....
Václav Čekán

podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Václav Čekán

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Čs. Armády 68
739 91 Jablunkov

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Čekán V. *Modelování deformace dopravního pásu : bakalářská práce*. Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2012, 41 s. Vedoucí práce: Podešva, J.

Bakalářská práce se zabývá výpočtem deformace dopravního pásu pomocí metody konečných prvků. Konečnoprvkový model je vytvořen na základě fyzického vzorku pásu. Výsledky experimentů prováděných na tomto vzorku byly použity k ověření výsledků získaných výpočtem metodou konečných prvků. Z výsledků deformací je v závěru vypočítán obsah plochy tvořené křivkou zdeformovaného pásu. Výpočty byly prováděny v softwaru Patran 2011.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

Čekán V. *The Modeling Of the Deformation Of the Conveyor Belt : Bachelor Thesis*. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics, 2012, 41 p. Thesis head: Podešva, J.

Bachelor thesis deals with calculation of deformation of the conveyor belt by finite element method. Finite-element model is based on a physical sample of the conveyor belt. The results of experiments performed on this sample were used to validate results obtained from calculations by finite element method. The results from calculation of deformation are used to calculate area formed by curve of deformed belt. Calculations were made in Patran 2011 software.

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu doc. Ing. Jiřímu Podešvovi, Ph.D. za vedení a vstřícný přístup a rovněž Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za rady ohledně softwaru Patran.

Obsah

1	Úvod - Dopravníky	8
2	Pásový dopravník.....	9
2.1	Poháněcí stanice.....	10
2.2	Vratná stanice	10
2.3	Nosná konstrukce.....	11
2.4	Dopravní pás.....	11
2.5	Napínací zařízení.....	14
2.6	Příslušenství.....	14
2.7	Pásový dopravník se zavěšenými pásy.....	15
3	Model.....	15
3.1	Předloha.....	15
3.2	Geometrický model.....	20
3.3	Konečnoprvkový model	21
3.4	Okrajové podmínky.....	23
4	Výpočet.....	24
4.1	Lineární výpočet deformace	24
4.2	Nelineární výpočet	26
5	Výpočet objemu dopravovaného materiálu.	35
6	Závěr.....	40
7	Seznam použité literatury	42

1 Úvod - Dopravníky

Dopravníky jsou zařízení, která slouží pro dopravu sypkých a kusových hmot nebo kusových předmětů jako jsou polotovary, bedny, balíky, zavazadla apod. Vzdálenost, na kterou je možno dopravovat daný materiál se pohybuje v rozmezí několika jednotek metrů až několika desítek kilometrů. Většina dopravníků dopravuje materiál plynule (sypké materiály) nebo téměř plynule (sypké i kusové hmoty), tzn. materiál se dopravuje v dávkách v krátkých časových intervalech.

Společným znakem dopravníků je jejich široké využití. Najdeme je prakticky ve všech odvětvích průmyslu. Čím vyšší je technická a ekonomická úroveň výroby, tím vyšší je využití dopravníku. V hutním průmyslu se v úpravkách rudy používají pásové a článkové dopravníky, válečkové tratě k dopravě k válcovacím stolicím. V uhelných dolech se používají pásové, hřeblové a vibrační dopravníky. Pásové dopravníky jsou zde součástí kolesových rypadel, dále se používají v úpravkách uhlí a k dopravě skřívky i uhlí. Ve strojírenství se uplatňují podvěsné dopravníky a válečkové tratě, zvláště ve velkosériové výrobě v automobilovém a elektrotechnickém průmyslu.

Dopravované hmoty můžeme rozdělit do tří základních skupin:

1. Břemena – Balíky, bedny, polotovary a hotové výrobky. Břemena se dopravují na kratší vzdálenost pomocí některých dopravníků nebo jeřábů.

2. Tekutiny – Kapaliny, plyny a páry. K dopravě slouží čerpadla, ventilátory, kompresory, dmýchadla atd. Tyto stroje nepatří do skupiny dopravníků.

3. Sypké látky – Uhlí, ruda, štěrk, písek, cement, obilí atd. Vlastnosti těchto materiálu ovlivňuje konstrukci dopravníků, jedná se o zrnitost (kusovitost), obsah vody, měrná objemová a sypná váha, sypný úhel a ohrusivost (abrazivnost).

Samotné dopravníky dělíme dle významných konstrukčních znaků:

Dopravníky	-s tažným prvkem	- pásové dopravníky
		- lanopásové dopravníky
		- řetězové dopravníky

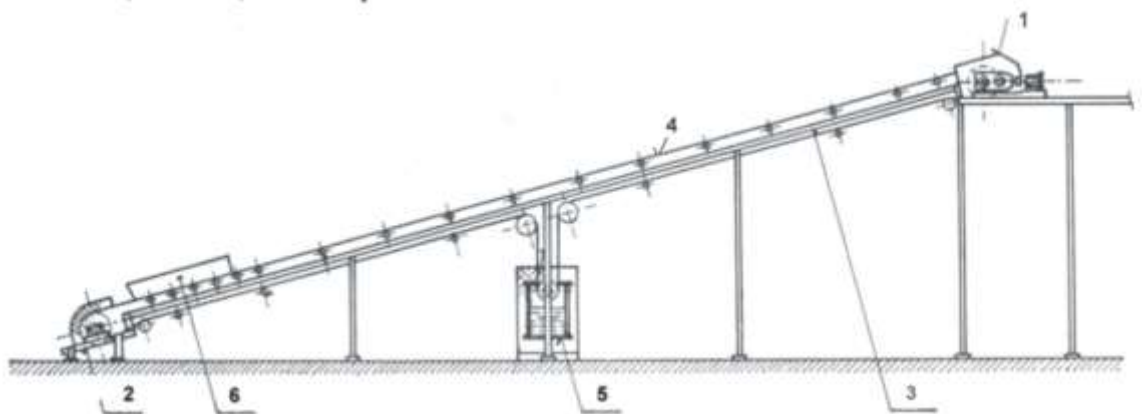
- korečkové elevátory
- podvěsné dopravníky
- bez tažného prvku
- šnekové dopravníky
- vibrační dopravníky

2 Pásový dopravník

Jedná se nejrozšířenější prostředek plynulé dopravy. Je určen pro přímočarou vodorovnou dopravu sypkých (popř. kusových) materiálů na krátké i dlouhé vzdálenosti. Běžné sypké materiály lze dopravovat do vrchně do úhlu 18° , úpadně do -12° . Výhodou je jednoduchá konstrukce, malá spotřeba energie, bezhlučný chod, bezpečný a spolehlivý provoz. Jistou nevýhodou může být velký počet rotačních částí (údržba) a problémy spojené s dopravou lepkavých a abrazivních materiálů.

Hlavní části pásového dopravníku:

- poháněcí stanice
- vratná stanice
- nosná konstrukce
- dopravní pás
- napínací zařízení
- příslušenství

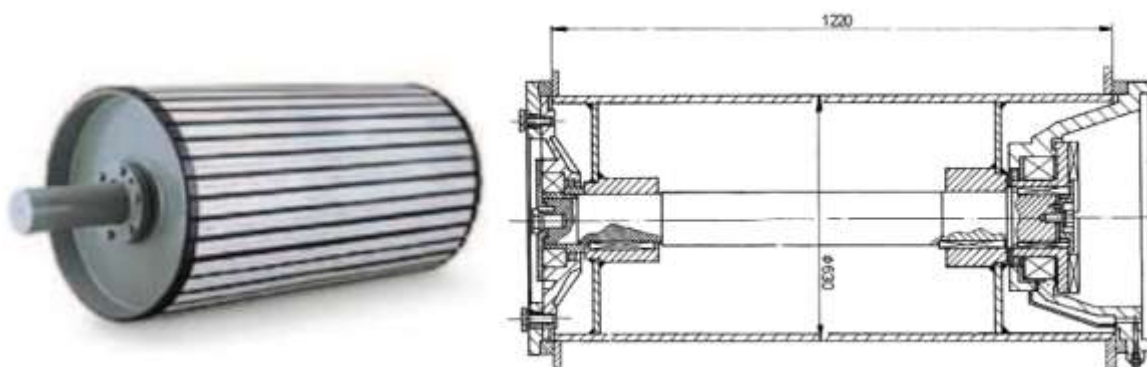


1 – poháněcí stanice, 2 – vratná stanice, 3 – nosná konstrukce, 4 – dopravní pás, 5 – napínací zařízení, 6 – násypka

Obr. 2.1: Konstrukce stabilního úklonného pásového dopravníku.^[2]

2.1 Poháněcí stanice

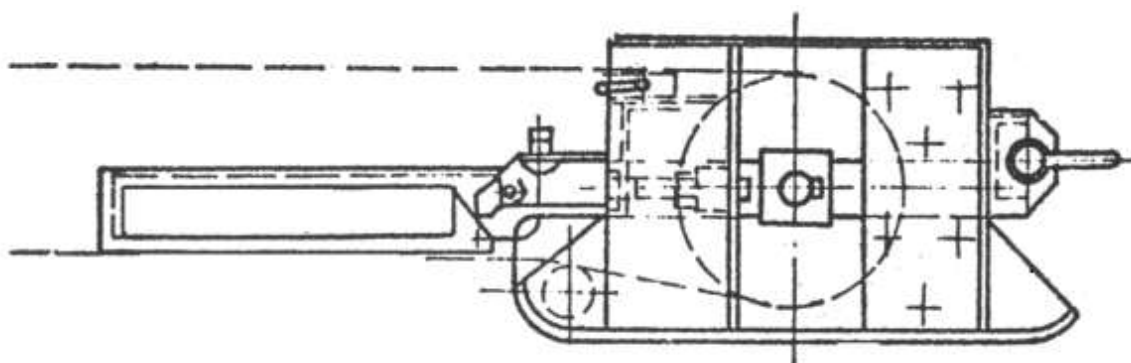
Slouží k přeměně točivého momentu hnacího bubnu na tažnou sílu v dopravním pásu. Pohon pásu je zajištěn třením. Součinitel tření závisí na materiálu pásu, na stavu povrchu bubnu, měrném tlaku a rychlosti pásu. Pro pohon hnacího bubnu se používá asynchronních elektromotorů s kotvou na krátko (menší výkony) nebo s kotvou krouživou. Pohon lze řešit jako jednobubnový nebo dvoububnový. Hnací buben bývá obvykle svařované konstrukce. Při ohybu pásu na hnacím bubnu dochází k přidavnému namáhání pásu v závislosti na rozměrech a materiálových vlastnostech pásu a rozměrech bubnu.



Obr. 2.2: Konstrukce hnacího bubnu. ^[2]

2.2 Vratná stanice

Vratná stanice je konečným článkem na vratném konci dopravníku. Vratný buben mění směr pohybu pásu. U kratších dopravníků se vratná stanice používá také k napínání pásu.

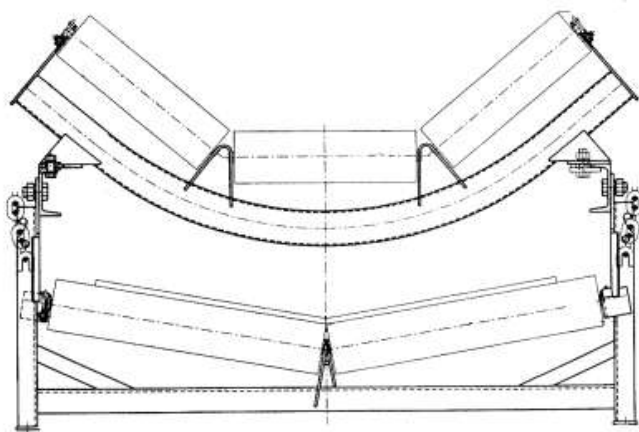


Obr. 2.3: Vratná stanice. ^[2]

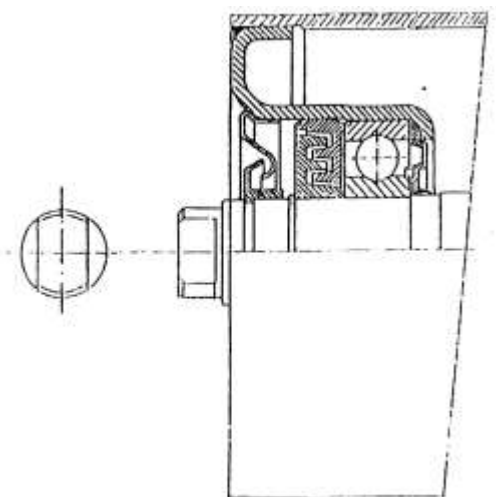
2.3 Nosná konstrukce

Tvoří trať pásového dopravníku mezi vratným a výsypným bubnem. Je tvořena stojany, nosníky s podpěrami a válečky horní a spodní větve. Typická konstrukce se skládá z jednotlivých segmentů trati, které se vzájemně spojují šrouby.

Válečky jsou jednou z nejdůležitějších součástí pásového dopravníku. Váleček by měl mít malý odpor při otáčení, dobrou životnost, malou hmotnost a měl by být výrobně jednoduchý. Nejčastěji bývá uložen na valivých ložiskách s tukovou náplní uzavřenou těsněním. Tato náplň je trvalá po celou dobu životnosti. Válečky se vyrábí z neopracovaných jakostních trubek se zalisovanými čely. Používají se i válečky s měkčeným povrchem ve snaze zmenšit opotřebení pásu. Na váleček mohou být navlečeny gumové obruče nebo je povrch pogumován. Pogumované válečky se používají nejčastěji pod násypkou, kde pomáhají tlumit nárazy od dopadajícího materiálu na pás. Nevýhodou válečků s měkčeným povrchem je velký valivý odpor. Uspořádání válečků v horní větvi bývá nejčastěji tříválečkové, používá se také jedno nebo dvouválečkové provedení. Ve speciálních případech se používá tzv. girlandové provedení s válečky zavěšenými na nosné konstrukci. Korýtkové uspořádání horní větve zvyšuje průřez náplně pásu a zajišťuje lepší vedení dopravního pásu. Naproti tomu příčný ohyb pásu silně ovlivňuje jeho životnost.



Obr.2.4: Uspořádání válečku horní a spodní větve.^[2]



Obr. 2.5: Řez válečkem.^[2]

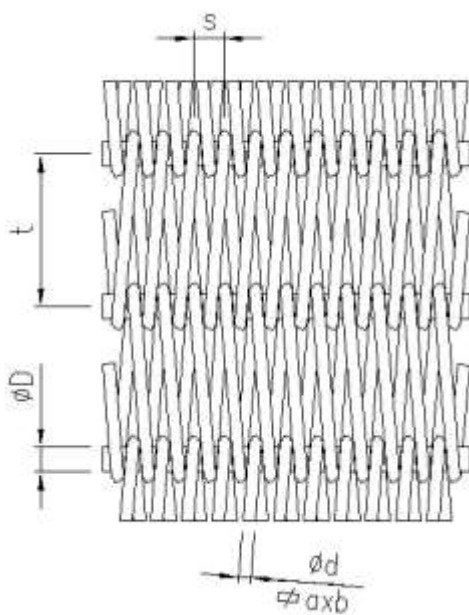
2.4 Dopravní pás

Dopravní pás je nekonečný prvek obíhající okolo koncových bubnů, plnící funkci nesení materiálu na dopravní délce. Současně jako tažný prvek přenáší veškeré pohybové

odpory vznikající při jeho oběhu. Dopravní pás je složen z nosné kostry, která přenáší veškeré tahové síly a z krycí horní a dolních vrstvy.

U klasických dopravních pásů je nosná kostra složena z jedné nebo více vrstev textilních vložek (polyester, polyamid, kevlar, bavlna, aramid). Pevnost těchto pásů se pohybuje od 16 do 3150 Nmm⁻¹. Šířka pásu se pohybuje v rozmezí 400 až 2400mm. Pásky pro práci v těžkých podmínkách mají nosnou kostru tvořenou vysokopevnostními ocelovými lanky, která jsou uložena v jedné rovině. Tyto pásky se vyrábí v šířkách od 800 do 2400 mm a v pevnostech od 1000 do 5000 Nmm⁻¹.

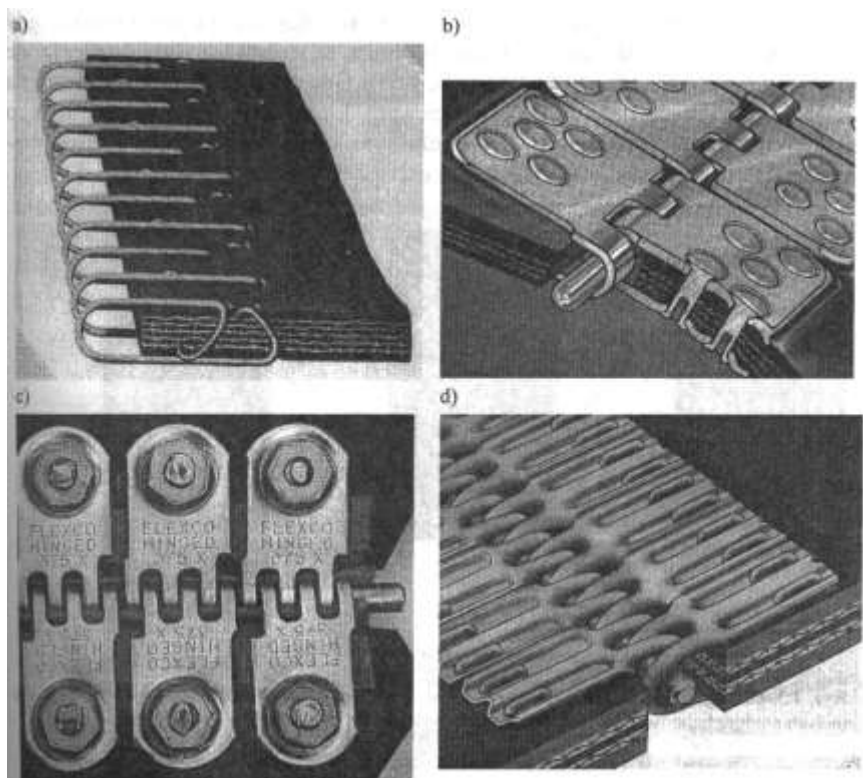
Krycí vrstvy dopravního pásu jsou vyráběny z pryže, polyvinylchloridu, polyuretanu, silikonu, polyamidu nebo silonu. Tyto pásky lze použít při teplotách v rozmezí -30°C až 120°C. Pro extrémní podmínky a teploty v rozsahu -50°C až 1200°C se vyrábí drátěné dopravní pásky z oceli.



Obr. 2.6: Konstrukce ocelového dopravního pásu, typová řada DP100/DP200 od firmy BW – Topas. Zdroj: <http://www.bw-topas.cz/>

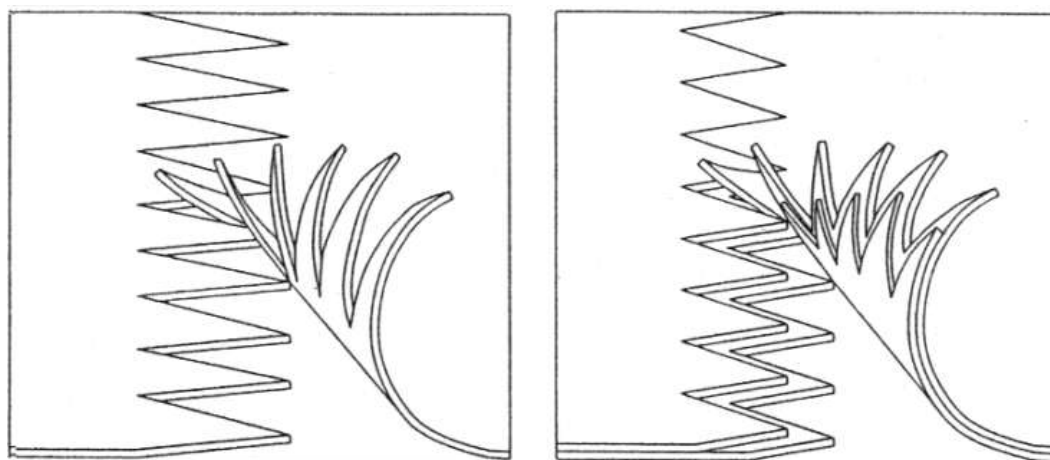
Pásky se dodávají buďto spojené o předepsané délce (stejně jako např. řemeny) nebo nespojené, svinuté do cívky. V druhém případě se pás spojuje při montáži na místě. Pevnost spoje musí být stejná jako pevnost pásu, spojení musí být dokonalé a souosé. Měla by být zachována tloušťka pásu v místě styku. Rozlišujeme dva základní typy spojů:

- rozebíratelné
- nerozebíratelné



Obr. 2.7: Mechanické spoje dopravního pásu. [2]

Mezi rozebíratelné spoje patří různé druhy mechanických spon. Používá se tam, kde se předpokládá změna délky nebo umístění pásu. Výhodou je relativně rychlá montáž. Nevýhodou je snížená pevnost spoje (vyžaduje se pevnost větší než 50% jmenovité pevnosti pásu), znečišťování spodní větve pásu propadem jemného materiálu a možnost poškození bubnů. Mezi nerozebíratelné spoje patří lepení za studena nebo vulkanizace (želatinace u PVC pásů). Výhody a nevýhody těchto spojů jsou přesně opačné než u mechanických spojů. Nerozebíratelné spoje se provádějí buď jako prstové nebo překlátované.



Obr. 2.8: Prstové spoje dopravního pásu. [2]

2.5 Napínací zařízení

Je potřebné k vytvoření dostatečného předpětí v pásu tak, aby přilehl k hnacímu bubnu a umožnil přenos síly z bubnu na pás. Zároveň zamezuje nadměrnému průhybu dopravního pásu mezi válečky. Zatížený pryžový pás se prodlužuje elasticky i plasticky. Napínací zařízení dělíme do dvou skupin:

- zařízení kompenzující jen trvalé prodloužení pásu
- zařízení kompenzující trvalé i pružné prodloužení pásu

První uvedená skupina se používá pro jen pro kratší dopravníky (přibližné do 100 m délky). Napínání se provádí pohybem vratného bubnu za pomoci šroubu nebo ručního kladkostroje. Potřebný posuv bubnu bývá asi 2 % délky pásu. Předepnutí pásu za klidu musí být takové, aby zajistilo přenos sil nejen za ustáleného chodu, ale i při rozběhu dopravníku. Po předepnutí dopravního pásu již nemění vratný buben svou polohu.

Pro druhou skupinu naopak platí, že se vratný buben při změně tahů v dopravním pásu pohybuje a tím kompenzuje změnu jeho délky. Tím se zajišťuje konstantní velikost odbíhající (nabíhající) síly za všech provozních režimů. Nejjednodušší je k vyvození konstantní napínací síly použít závaží. Aby závaží bylo co nejmenší, je nejvhodnější napínat pás v místě nejmenšího tahu. Do druhé skupiny rovněž patří pneumatické napínací zařízení. Používá se tam, kde je k dispozici rozvod stlačeného vzduchu. Pás je také možno napínat pomocí elektrického vrátku u kterého se napínací síla reguluje buď ručně nebo automaticky. U nás nejméně rozšířené elektrohydraulické napínací zařízení vyvozuje napínací sílu pomocí přímočarého hydraulického motoru.

2.6 Příslušenství

Mezi příslušenství pásového dopravníku řadíme zařízení pro přivádění a odvádění materiálu na pás a zařízení pro čištění pásu. Pro přivádění materiálu na pás slouží násypky. Materiál by měl být na pás přiváděn ve směru dopravy a měl by na pás dopadat z malé výšky.

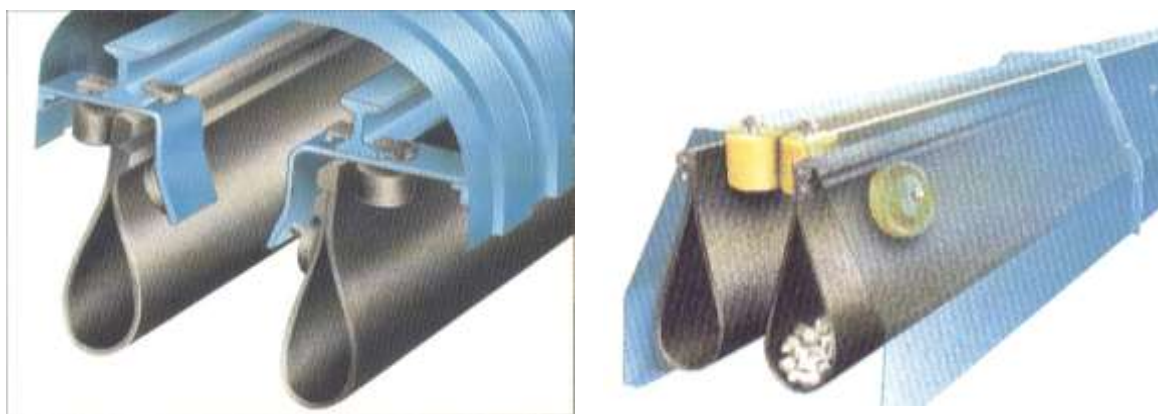
Odvádění materiálu z pásu zajišťuje výsypný buben nebo shrnovač pokud je potřeba odebrat materiál z pásu dříve, než přepadne přes koncový buben. Stírač je možno posunovat podélně a případně i zvedat nebo spouštět. Nevýhodou stírače je, že působí na

pás boční silou, která vybočuje pás do strany. Tuto nevýhodu je možné eliminovat použitím stíracího pluhu.

Při dopravě lepidla a vlhkého materiálu zůstává materiál z části na dopravním pásu. V dolní větvi pak dochází ke kontaktu znečištěné části pásu s nosnými válečky. Vytváří se nežádoucí nálepy na pásu, bubnech i válečkách. Pás se většinou čistí škrabkou s pryžovou hranou, popř. segmentovou škrabkou.

2.7 Pásový dopravník se zavěšenými pásy

Jedná se o speciální typ pásového dopravníku. Hlavním rozdílem oproti klasickému pásovému dopravníku je, že pás je zavěšen v nosné konstrukci a tvoří uzavřenou křivku kapkovitého tvaru. Tvar křivky je závislý na příčné tuhosti pásu. Převázaný materiál nepřichází do styku s okolím, proto je vhodný pro přepravu např. toxických nebo prašných látek. Zároveň je materiál chráněn před účinky okolního prostředí.

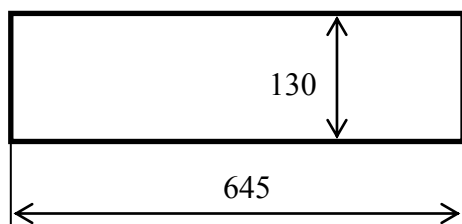


Obr. 2.9: Pásový dopravník se zavěšenými pásy. ^[2]

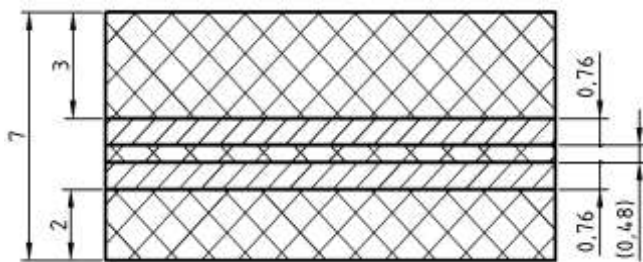
3 Model

3.1 Předloha

Předlohou pro vytvoření modelu byl vzorek dopravního pásu, který se používá u dopravníků se zavěšenými pásy. Pás je složen celkem z pěti vrstev- ze dvou nosných vrstev z polyamidové tkaniny a tří pryžových vrstev. Celková hmotnost vzorku pásu je 637g.



Obr. 3.1: Rozměry vzorku pásu

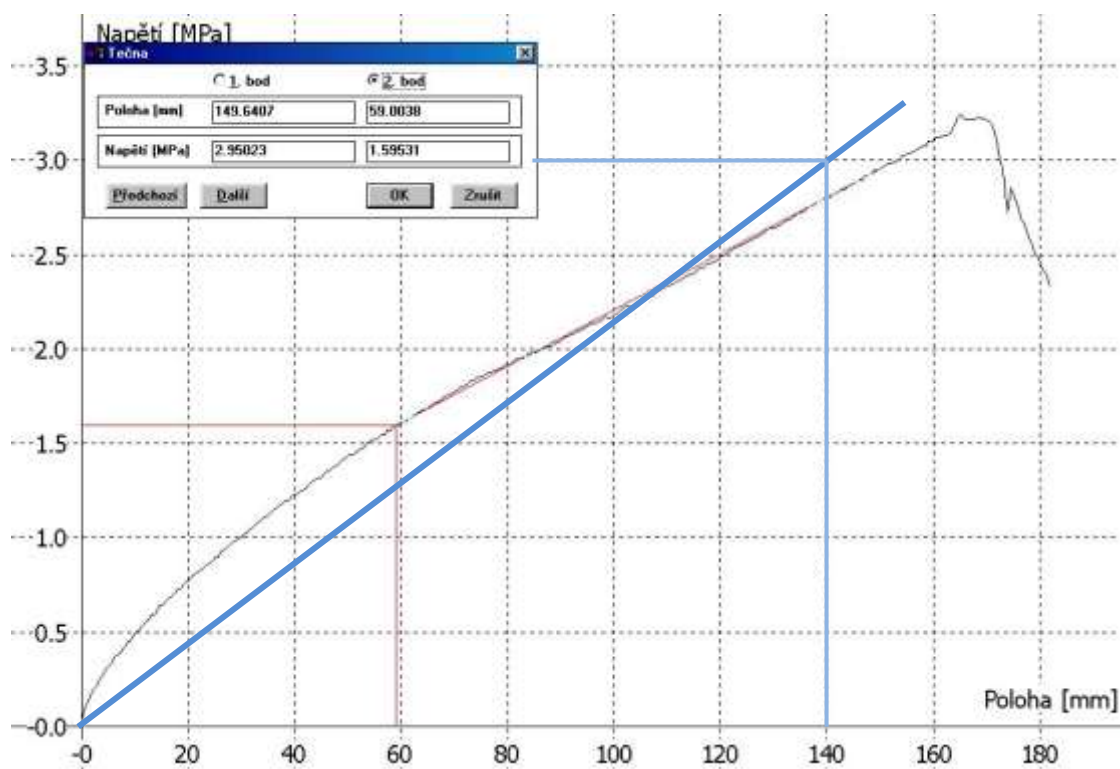


Obr. 3.2: Rozměry jednotlivých vrstev pásu

K výpočtu deformace je potřeba znát modul pružnosti pásu v příčném směru. Výpočet můžeme provést v zásadě dvěma způsoby.

- 1) Modelovat pás jako nehomogenní těleso, kde potřebujeme znát modul pružnosti jednotlivých vrstev pásu.
- 2) Modelovat pás jako homogenní těleso, kde potřebujeme znát modul pružnosti pásu jako celku.

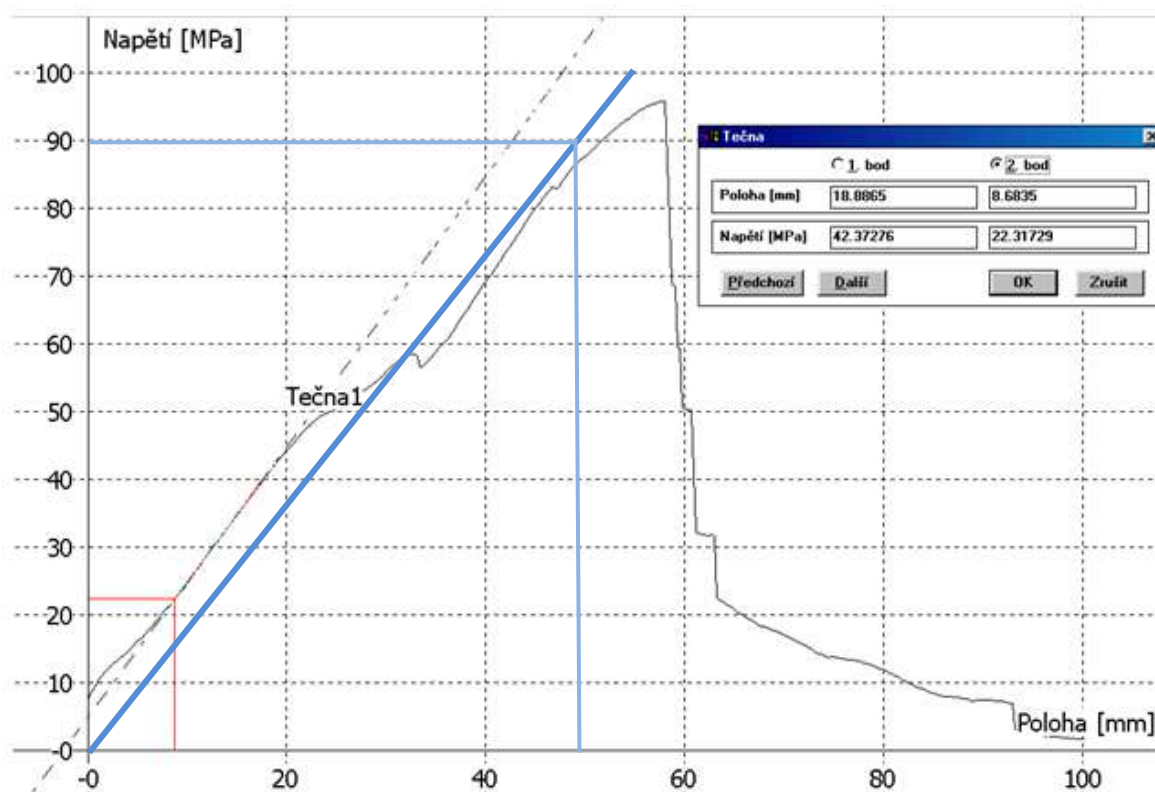
U obou materiálů byly provedeny tahové zkoušky na trhacím stroji. Výsledky zkoušek jsou uvedeny na obrázcích níže:



Obr. 3.3: Výsledek tahové zkoušky pro pryž.^[5]



Obr. 3.4: Zkušební vzorek pryže. [5]



Obr. 3.5: Výsledek tahové zkoušky polyamidové tkaniny. [5]

Délka zkušebních vzorků byla u pryže 150 mm a 100 mm u tkaniny. Obecně má tkanina různé mechanické vlastnosti ve směru osnovy a útku. Tahová zkouška byla provedena ve směru útku. K výpočtu modulů pružnosti dle Hookova zákona je zapotřebí proložit graf přímkou. To můžeme provést dvěma způsoby:

1. Použít vzorec pro regresní přímku procházející počátkem a odečíst z grafu n bodů o souřadnicích x_i, y_i . Obecný tvar přímky procházející počátkem:

$$y = kx \quad (3.1)$$

Výpočet směrnice přímky k pomocí metody nejmenších čtverců:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i x_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i^2)} \quad (3.2)$$

2. Proložit grafem přímkou ručně. Tato metoda je rychlejší, ale méně přesná.

Následně je možné provést výpočet modulu pružnosti dle vztahu:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\frac{\Delta l}{l_0}} \quad (3.3)$$

Výpočet modulu pružnosti pro pryž (dle Obr. 3.3):

$$E_p = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\frac{\Delta l}{l_0}} = \frac{3}{\frac{140}{150}} = 3,2 \text{ MPa} \quad (3.4)$$

Výpočet modulu pružnosti pro tkaninu (dle Obr. 3.5):

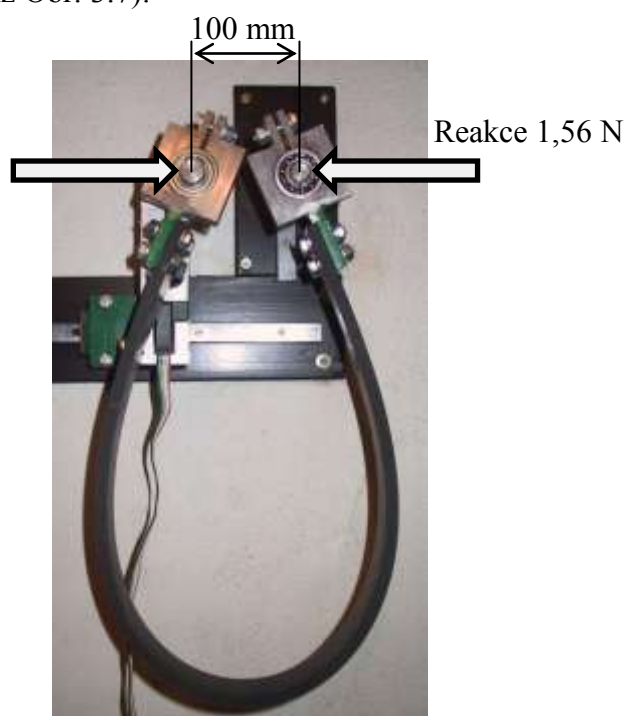
$$E_t = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\frac{\Delta l}{l_0}} = \frac{90}{\frac{50}{100}} = 180 \text{ MPa} \quad (3.5)$$

Vzorek pásu byl zavěšen za oba konce v držácích s otočnými čepy a zatížen pouze vlastní tíhou. Byl změřen svislý průhyb pásu a vodorovné přisunutí kloubů. Výsledky této zkoušky jsou znázorněny na obrázku Obr. 3.6.



Obr. 3.6: Výsledky při zatížení vlastní tíhou. ^[5]

Nakonec byla provedena zkouška, při které se oba konce pásu přiblížily k sobě a byla měřena vodorovná reakce (viz Obr. 3.7):



Obr. 3.7: Ohybový test s přiblížením konců. ^[5]

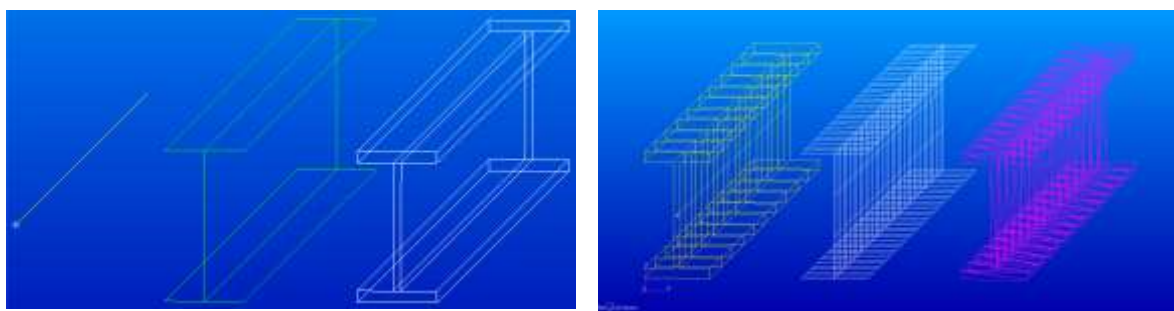
V této bakalářské práci je pás modelován jako nehomogenní těleso. Postup výpočtů je následující:

1. Výpočet deformace při zatížení pásu vlastní tíhou a porovnání s experimentem (Obr. 3.6)
2. Přiblížení obou konců pásu k sobě a kontrola velikosti reakcí (Obr. 3.7)
3. Simulace vyplnění pásu materiálem pomocí definovaného vnitřního tlaku na pás.

K modelování a výpočtům byl použit software Patran, resp. Nastran od společnosti MSC Software.

3.2 Geometrický model

Geometrie modelu závisí nejen na geometrii řešené součásti, ale také na typu elementů, které pro výpočet použijeme. Jako příklad můžeme uvést tyč s I profilem. První možností je vytvořit úsečku, jejíž délka se rovná délce tyče a k této geometrii přiřadit nosníkový prvek (element)s definovanými rozměry průřezu. Druhý způsob je vytvoření střednic ploch a použití skořepinových prvků s definovanou tloušťkou stěn. Třetí způsob představuje 3D geometrický model, který již má nadefinované všechny rozměry a tento objem vyplnit zvolenými objemovými prvky.



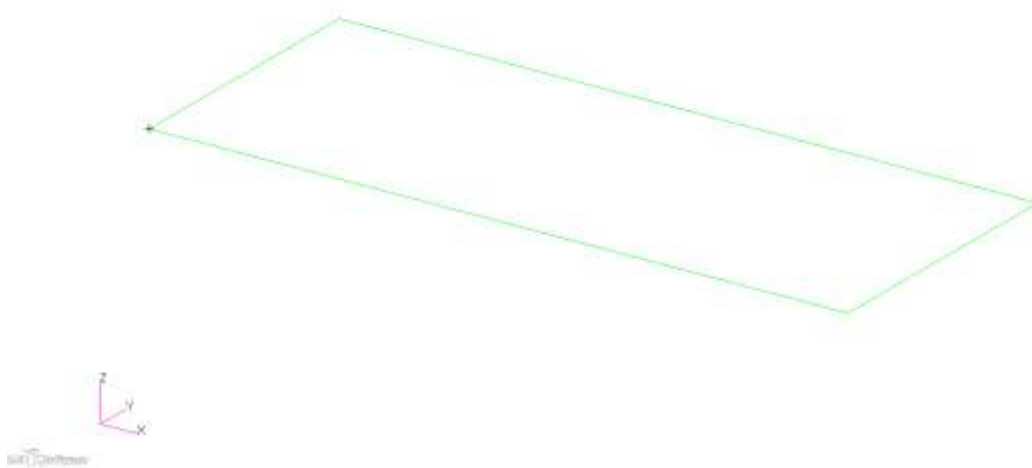
Obr. 3.8: Ukázka použití geometrie (vlevo) v závislosti na použitých prvcích (vpravo)

Při vytváření geometrického modelu pásu přicházely v úvahu poslední dvě možnosti. To znamená, buď vytvořit střednici plochy pásu a použít skořepinové prvky nebo vytvořit 3D model – kvádr – s použitím objemových prvků. Po úvaze bylo rozhodnuto použít první zmiňovanou variantu z těchto důvodů:

- Pás má velmi malou tloušťku vzhledem k ostatním rozměrům, navíc je ještě složen z několika vrstev. Geometrický model by tedy musel být rozdělen na

tyto vrstvy a k nim přiřazeny příslušné materiálové vlastnosti. Na vytvoření sítě by pak bylo potřeba obrovské množství 3D prvků s malými rozměry. Tím by narostl čas potřebný k výpočtu.

- U skořepinových prvků lze tyto vlastnosti poměrně jednoduše nadefinovat, geometrický model je jednodušší a počet elementů (tím pádem i výpočetní čas) menší.

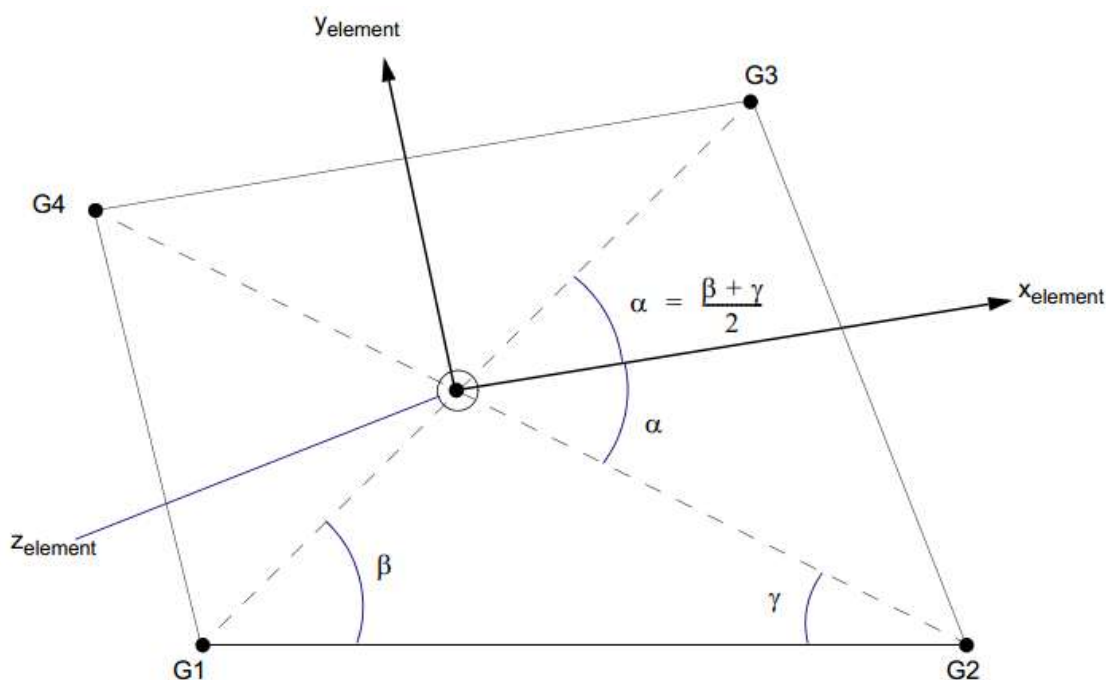


Obr. 3.9: Geometrický model pásu.

3.3 Konečnoprvkový model

Diskretizací geometrického modelu na síť konečných prvků vzniká tzv. konečnoprvkový model. Tento model je matematická reprezentace dané součásti a až od tohoto modelu se odvíjí samotný výpočet.

Síť je složena z obdélníkových 2D prvků s topologií „Quad4“. Tyto prvky se nejčastěji používají pro modelování desek nebo skořepin, kde tloušťka vzhledem k ostatním rozměrům je velmi malá. Element má čtyři uzly. Model je složen z 198 elementů a 230 uzlů.



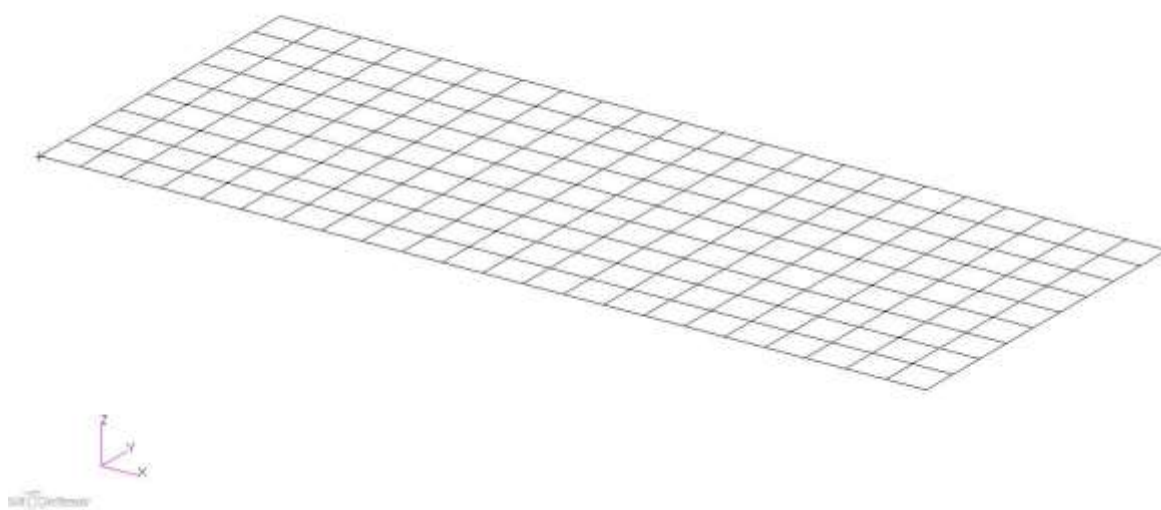
Obr. 3.10: Geometrie a souřadný systém elementu.^[11]

K úplnému matematickému popisu úlohy je potřeba ještě elementům přiřadit tzv. „properties“, jež popisují fyzikální vlastnosti modelu. K popsání obecně anizotropního materiálu je nutné znát 81 nezávislých konstant. Protože tyto konstanty nejsou pro oba materiály známy, zavádí se zjednodušující předpoklad – materiály jsou považovány za izotropní. Tím se redukuje potřebný počet nezávislých elastických konstant na dvě – modul pružnosti a Poissonovo číslo. Zadány byly tyto materiálové konstanty:

Materiál	Modul pružnosti [MPa]	Poissonovo číslo [-]
Přýž	3	0,46
PA tkanina	180	0,42

Pro definici materiálu pásu je v Patranu nutné napřed nadefinovat jednotlivé materiály vrstev. Dále se pak z těchto jednotlivých materiálu nadefinuje laminát, jenž se přiřadí k vytvořeným elementům.

Jelikož je geometrický model jednoduchá (parametrická) plocha, lze pro síťování použít algoritmus „IsoMesh“, který generuje mapovanou (pravidelnou) síť.



Obr. 3.11: Výsledný konečnoprvkový model.

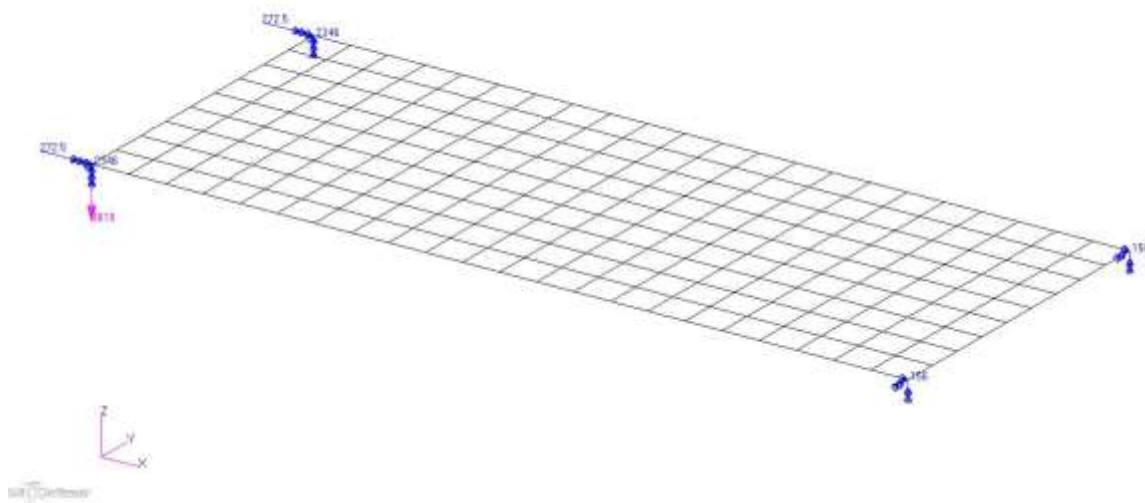
3.4 Okrajové podmínky

Zadáním okrajových podmínek se zajistí unikátní řešení dané úlohy. V případě statické úlohy musí být zadány tak, aby nemohlo dojít k posuvu tělesa. Okrajové podmínky rozdělujeme na silové a vazební (kinematické).

Na řešeném modelu pásu byly zadány tyto okrajové podmínky:

Kinematické:

- Na hraně za níž byl pás uchycen v otočném čepu byly odebrány posuvy v ose Y a ose Z a rotace kolem os X a Z. Tato vazba umožňuje pouze vodorovný posuv kloubu a volné natočení pásu kolem osy čepu. V druhém zátěžném stavu je u této vazby předepsán posuv 272,5 mm ve směru osy X.
- Protože se jedná o úlohu symetrickou, byl model podélně rozdělen na polovinu. Na této hraně pak byl odebrán posuv v ose X a rotace kolem os Y a Z. Tímto krokem se zredukuje počet potřebných elementů na polovinu, ale nezmění se řešení.
- V tomto výpočtu je pás zatížen pouze vlastní tíhou. Proto je nutné při definici jednotlivých materiálů zadat hustotu a aplikovat tzv. „inertial load“. Model se tímto zatíží v podstatě setrvačnou silou závislou ne velikosti zadaného zrychlení.



Obr. 3.12: Model s aplikovanými okrajovými podmínkami.

Mezi silové okrajové podmínky patří síly definované na uzly, tento typ okrajových podmínek není na tomto modelu využit.

4 Výpočet

4.1 Lineární výpočet deformace

V lineárním výpočtu se řešený problém značně idealizuje. Je zaručeno jednoznačné řešení lineárního modelu. Lze využít zákon superpozice. Dále platí pro lineární modely tyto pravidla:

- Rovnováha se vyjadřuje v nezdeformovaném referenčním vztahu.
- Vztahy mezi posuvy a deformacemi jsou lineární (Cauchyho tenzor deformace).
- Materiál je lineárně elastický (Platí Hookeův zákon).
- Vazby jsou reprezentovány pouze lineárními rovnicemi.

Pokud budeme uvažovat o pásu jako o ohýbaném nosníku, je vztah pro křivost dle:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M_o(x)}{EJ_y} \quad (4.1)^{[9]}$$

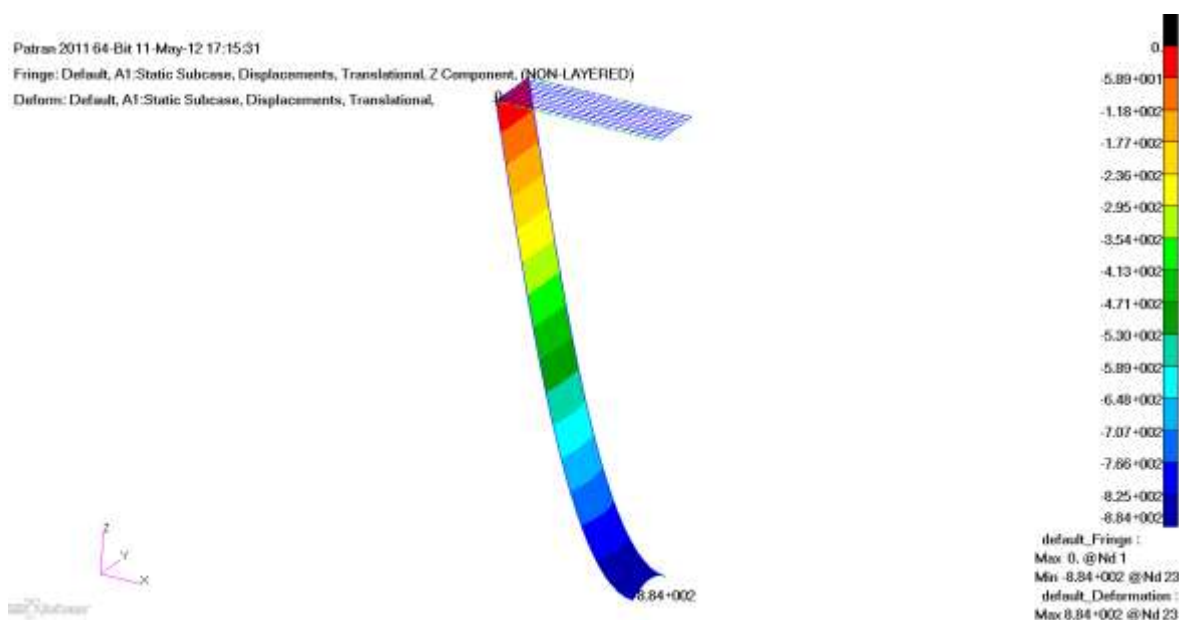
Z analytické geometrie je výraz pro křivost křivky v rovině:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \pm \frac{w''(x)}{\left[1 + (w'(x))^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.2)^{[9]}$$

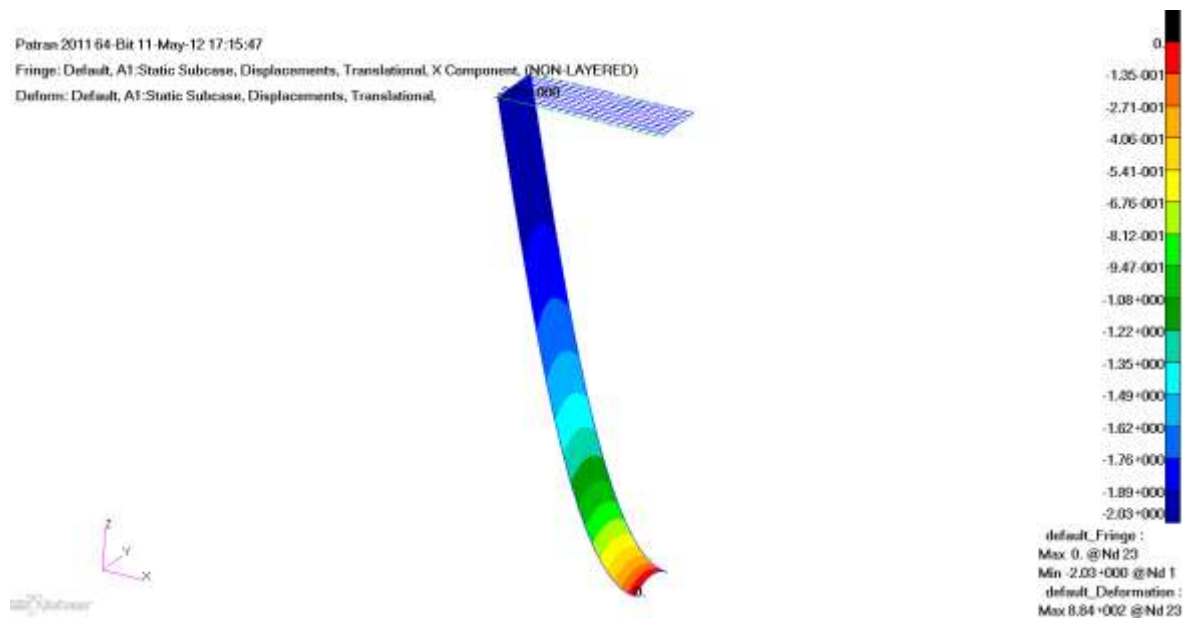
Sloučením předchozích rovnic získáme diferenciální rovnici průhybové čáry:

$$\frac{M_o(x)}{EJ_y} = \pm \frac{w''(x)}{\left[1 + (w'(x))^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.3)^{[9]}$$

V případě lineárního výpočtu, kdy se předpokládají malé deformace, se člen $(w'(x))^2$ zanedbává. Z provedeného experimentu je jasné, že se pás deformuje výrazně. Nejsou tedy splněny předpoklady lineárního výpočtu, ale pro názornost byl tento výpočet za použití výpočetního softwaru proveden.



Obr. 4.1: Výsledek lineárního výpočtu – posuv v ose Z.



Obr. 4.2: Výsledek lineárního výpočtu – posuv v ose X.

4.2 Nelineární výpočet

Při nelineárním výpočtu obecně platí:

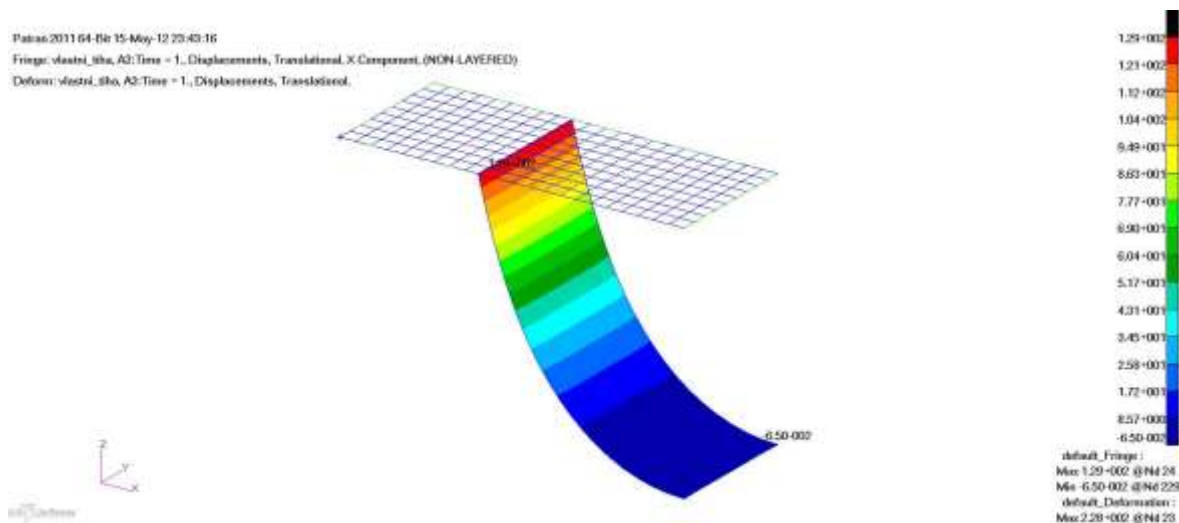
- Mechanická soustava dosahuje rovnováhy v deformovaném vztahu, který předem neznáme.
- Vztahy mezi posuvy a deformacemi jsou nelineární.
- Chování materiálu je obecné – vztah mezi deformacemi a napětím je nelineární.

Při nelineárním výpočtu záleží na posloupnosti stavů, kterým systém prošel od začátku do konce děje. V mechanice pružného tělesa rozlišujeme tři základní zdroje nelinearity: geometrické, materiálové a strukturální.

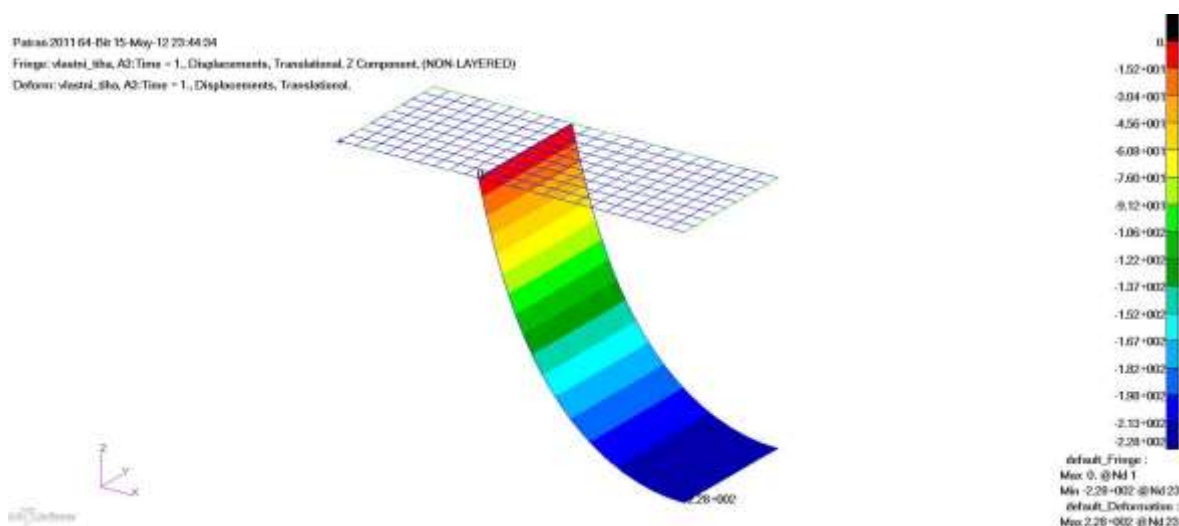
V případě pásu přichází v úvahu především geometrická nelinearita. Geometrická linearita se dá rozdělit na dva případy: velké posuvy a velké deformace (zahrnují velké posuvy). V případě velkých posuvů těleso v důsledku zatížení vykazuje velké posuvy avšak malé deformace. K popisu se dají použít Cauchyho geometrické rovnice. Při stanovení podmínek rovnováhy není možno použít původních rozměrů tělesa.

Jak již bylo zmíněno v bodě 3.1, nejprve byl model zatížen vlastní vahou a zavěšen na obou koncích v otočných čepích. Při prvním výpočtu se jmenovitými rozměry pásu (Obr. 3.2) byly získány tyto výsledky.

Výsledky prvního výpočtu:



Obr. 4.3: Výsledky prvního výpočtu – složka posunutí ve směru osy X



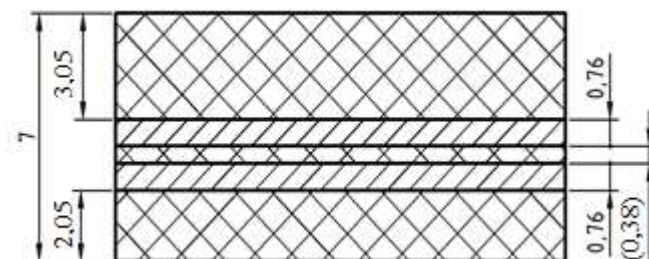
Obr. 4.4: Výsledky prvního výpočtu – složka posunutí ve směru osy Z

Posunutí závěsu v ose X je 129 mm. Z toho vyplývá přisunutí obou konců pásu k sobě na vzdálenost 387 mm. Při experimentu (Obr. 3.6) byla tato vzdálenost 390 mm. Nepřesnost činí 0,7%. Svislý posuv středu pásu v ose Z je 228 mm. Nepřesnost, v porovnání s experimentem, je 5,8 %.

Snahou bylo dostat se s nepřesnostmi těchto hodnot pod 5 %. V úvahu přichází dvě možnosti. Upravit vlastnosti definovaných materiálu nebo rozměry jednotlivých vrstev pásu. Jelikož data z tahových zkoušek jsou považována za dostatečně spolehlivá, byla zvolena změna rozměrů jednotlivých vrstev. Tloušťka vrstvy je ovlivněna výrobní

nepřesnosti. Např. v katalogu firmy Kordárna, a.s. je uvedena tolerance $\pm 0,1$ mm až $\pm 0,3$ mm v závislosti na tloušťce materiálu tkaniny.

Pro další výpočet byla zvětšena horní vrstva z 3 mm na 3,05 mm a dolní vrstva z 2 mm na 2,05 mm. Střední vrstva byla zmenšena na 0,38 mm. Celková tloušťka pásu 7 mm byla zachována.



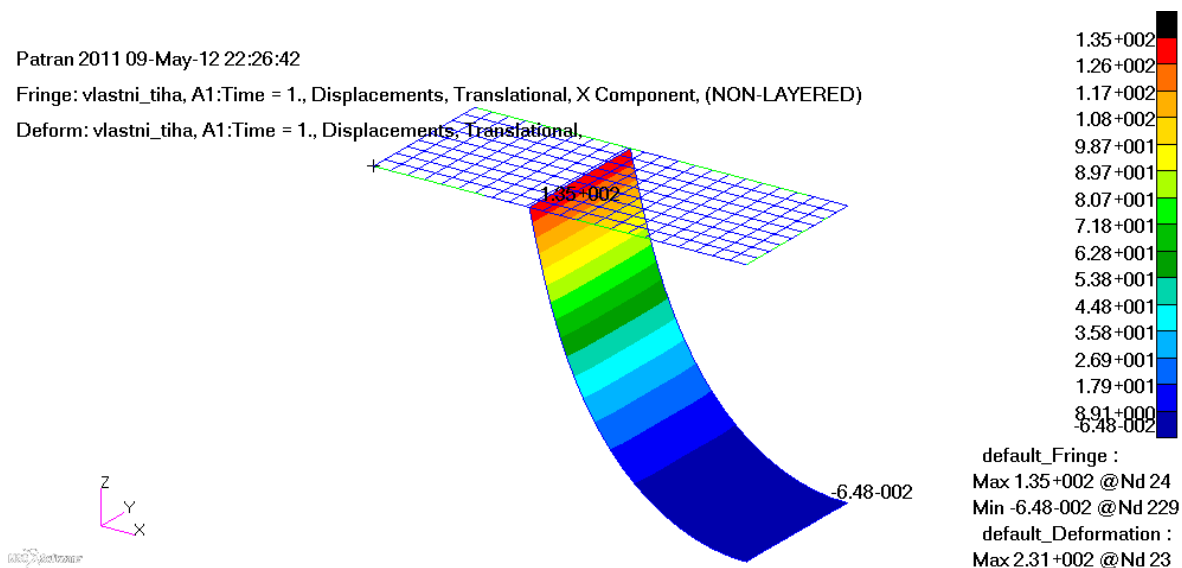
Obr. 4.5: Upravené rozměry pásu

Výsledky druhého výpočtu:

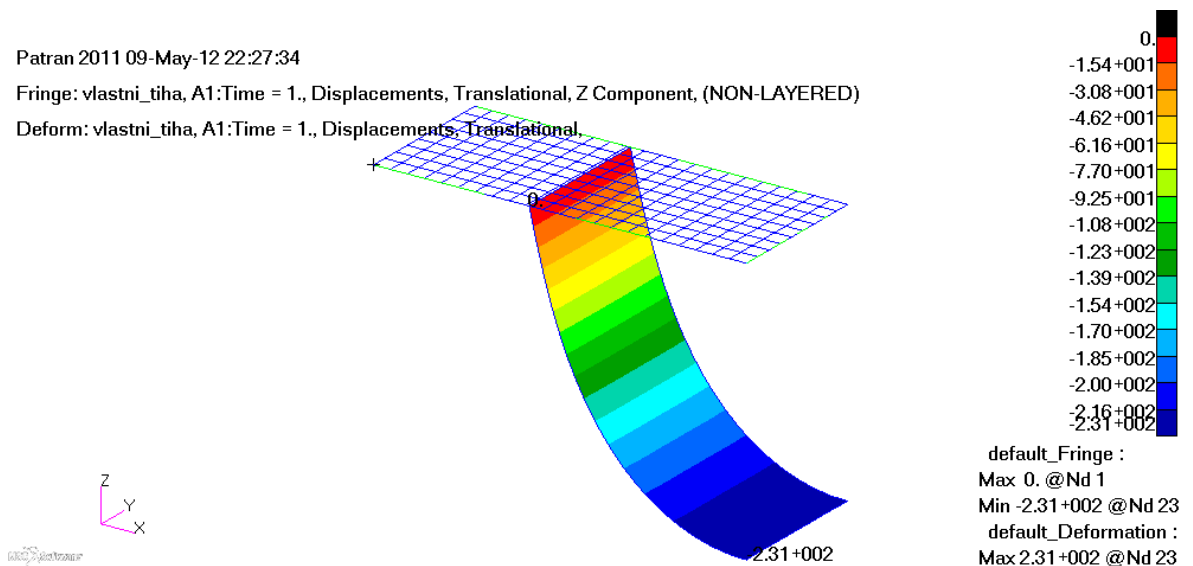
Patran 2011 09-May-12 22:26:42

Fringe: vlastni_tiha, A1:Time = 1., Displacements, Translational, X Component, (NON-LAYERED)

Deform: vlastni_tiha, A1:Time = 1., Displacements, Translational

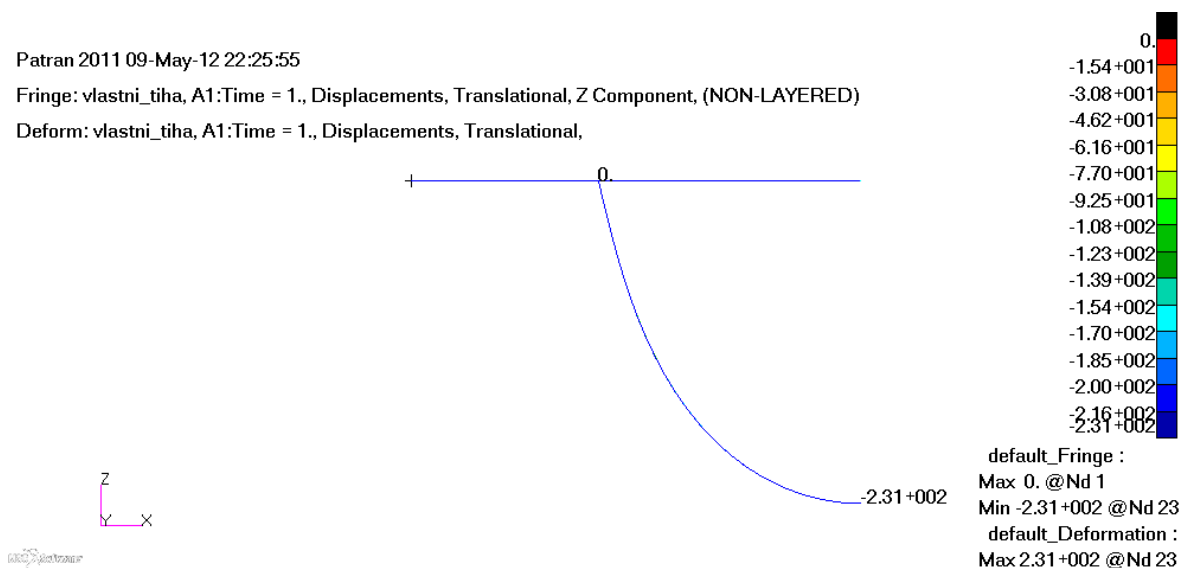


Obr. 4.6: Složka posunutí v ose X



Obr. 4.7: Složka posunutí v ose Z

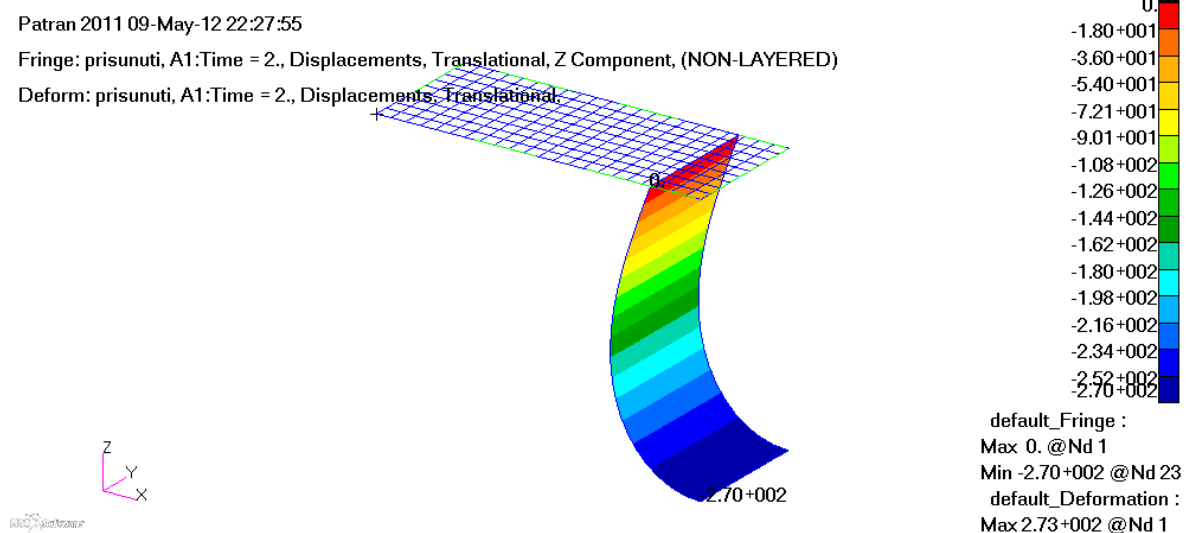
Posunutí závěsu ve vodorovném směru je 135 mm a svislý průhyb středu 231 mm. Konce pásu se tedy přiblížily na 375 mm ($645 - 2 \cdot 135$). Nepřesnost výsledků je nyní 3,8 % pro vodorovný posuv a 4,6% pro svislý průhyb. Bylo dosaženo přijatelné přesnosti, proto bude model s těmito upravenými rozměry použit pro další výpočet. Na následujícím obrázku je patrný tvar dopravního pásu při zatížení vlastní tíhou.



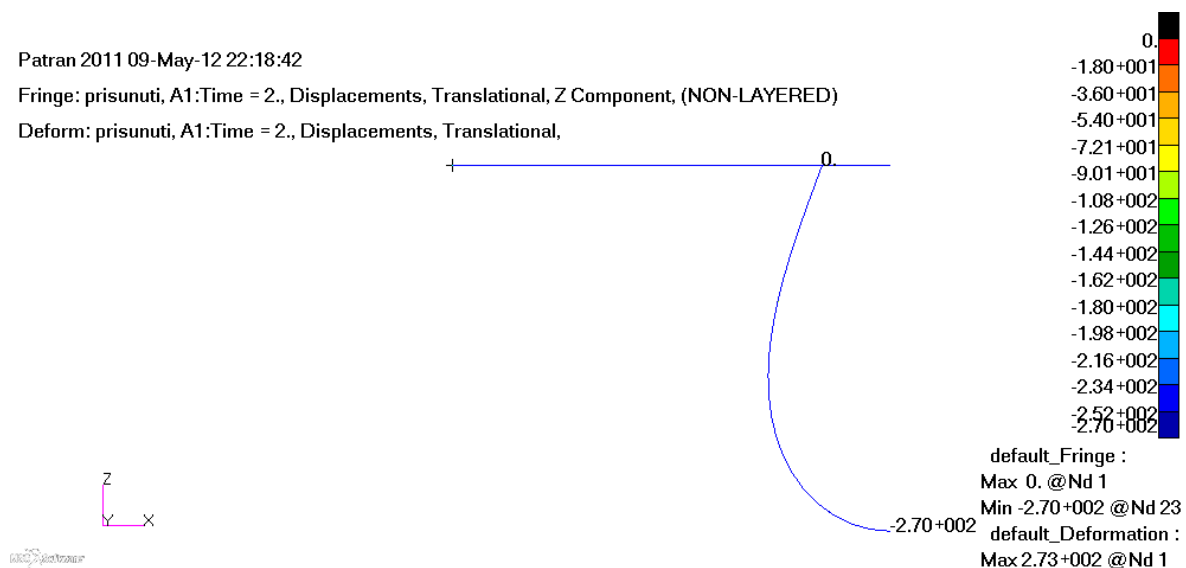
Obr. 4.8: Deformace pásu, pohled v rovině XZ

V navazujícím výpočtu byl předepsán posuv závěsu 272,5 mm ve směru osy X, závěs se tímto přisune na vzdálenost 50 mm od středu. Cílem je vytvořit kapkovitý tvar pásu a porovnat velikost reakcí s hodnotami naměřenými při experimentu (Obr. 3.7)

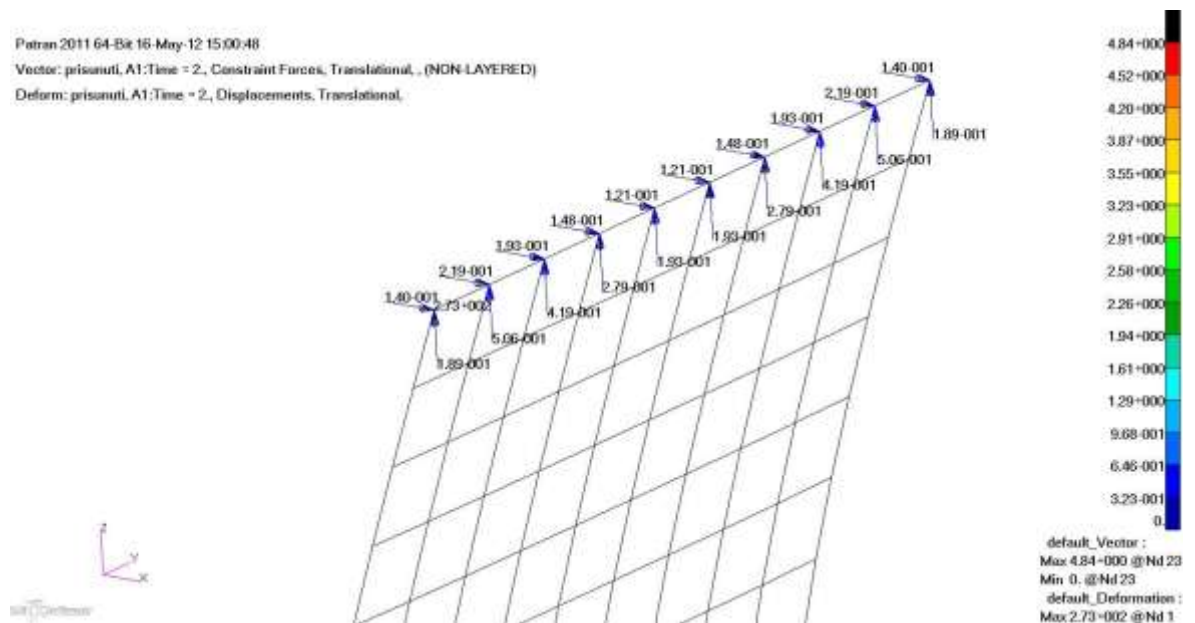
Výsledky výpočtu s přisunutím závěsu:



Obr. 4.9: Výsledek deformace po přisunutí závěsu – Z komponent posuvů.



Obr. 4.10: Tvar křivky v rovině XZ.



Obr. 4.11: Reakce v jednotlivých uzlech závěsu.

Jednotlivé reakce včetně sumací byly z programu Patran vyexportovány do textového souboru. Podrobné výsledky jsou uvedeny v tabulce:

Tabulka 1: Reakce v závěsu, hodnoty jsou udávány v Newtonech

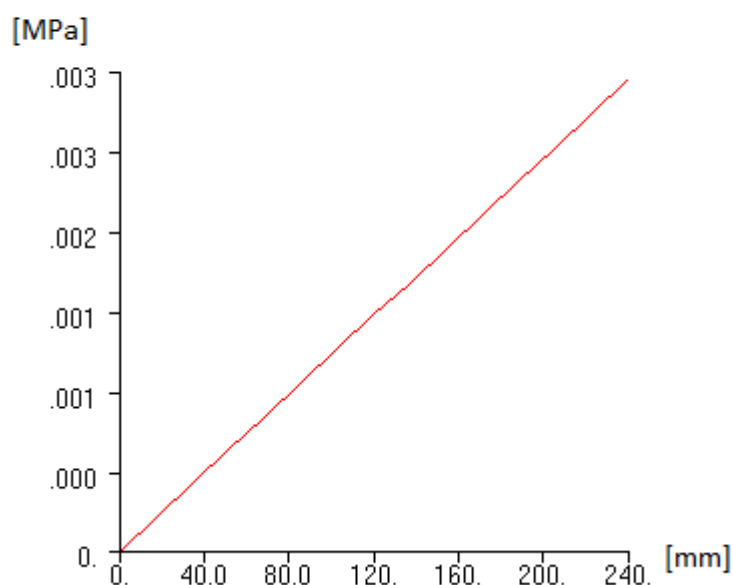
Č. uzlu	Reakce		
	Osa X	Osa Y	Osa Z
1	1.40023E-001	-2.15106E-002	1.89074E-001
24	2.19367E-001	1.32059E-001	5.05550E-001
47	1.93144E-001	1.81453E-001	4.19215E-001
70	1.48226E-001	1.36735E-001	2.78583E-001
93	1.20749E-001	4.98683E-002	1.93240E-001
116	1.20749E-001	-4.98685E-002	1.93240E-001
139	1.48226E-001	-1.36734E-001	2.78582E-001
162	1.93147E-001	-1.81455E-001	4.19221E-001
185	2.19368E-001	-1.32059E-001	5.05552E-001
208	1.40020E-001	2.15128E-002	1.89067E-001
Sumace jednotlivých složek			
	1.64302E+000	-3.35276E-008	3.17132E+000

Celková vodorovná reakce v ose X je 1,64 N, tato hodnota se od naměřené reakce 1,56 N liší o 5,1 %. Reakce v ose Z 3,17 N odpovídá hmotnosti pásu, reakce v ose Y je prakticky nulová. Tyto výsledky dokazují, že model je vytvořen správně a jeho vlastnosti se blíží reálnému vzorku pásu.

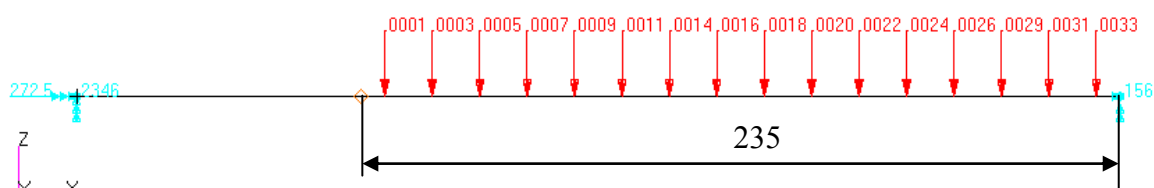
Výpočet deformace s aplikovaným vnitřním tlakem.

Pro demonstraci byl na vnitřní plochu pásu v následujícím výpočtu nadefinován tlak, který velmi zjednodušeně představuje zatížení od dopravovaného materiálu. Jako přepravovaný materiál byl zvolen písek s hustotou 1500 kg/m^3 . Tlak lineárně roste ve směru osy X a je aplikován na elementy před deformací podle vztahu:

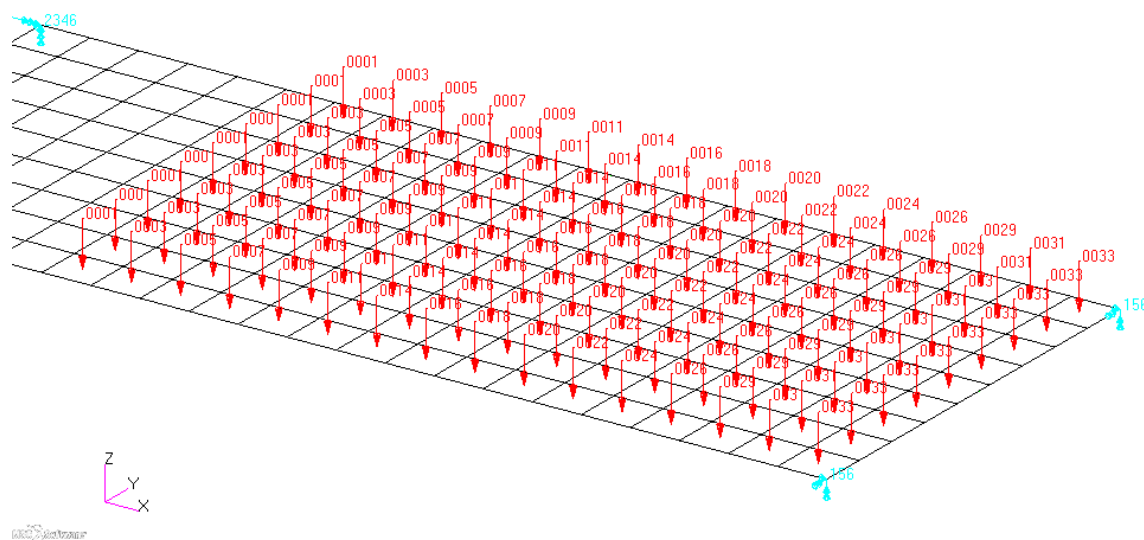
$$p = x\rho g \quad (4.4)$$



Obr. 4.12: Graf zadané funkce v Patranu.

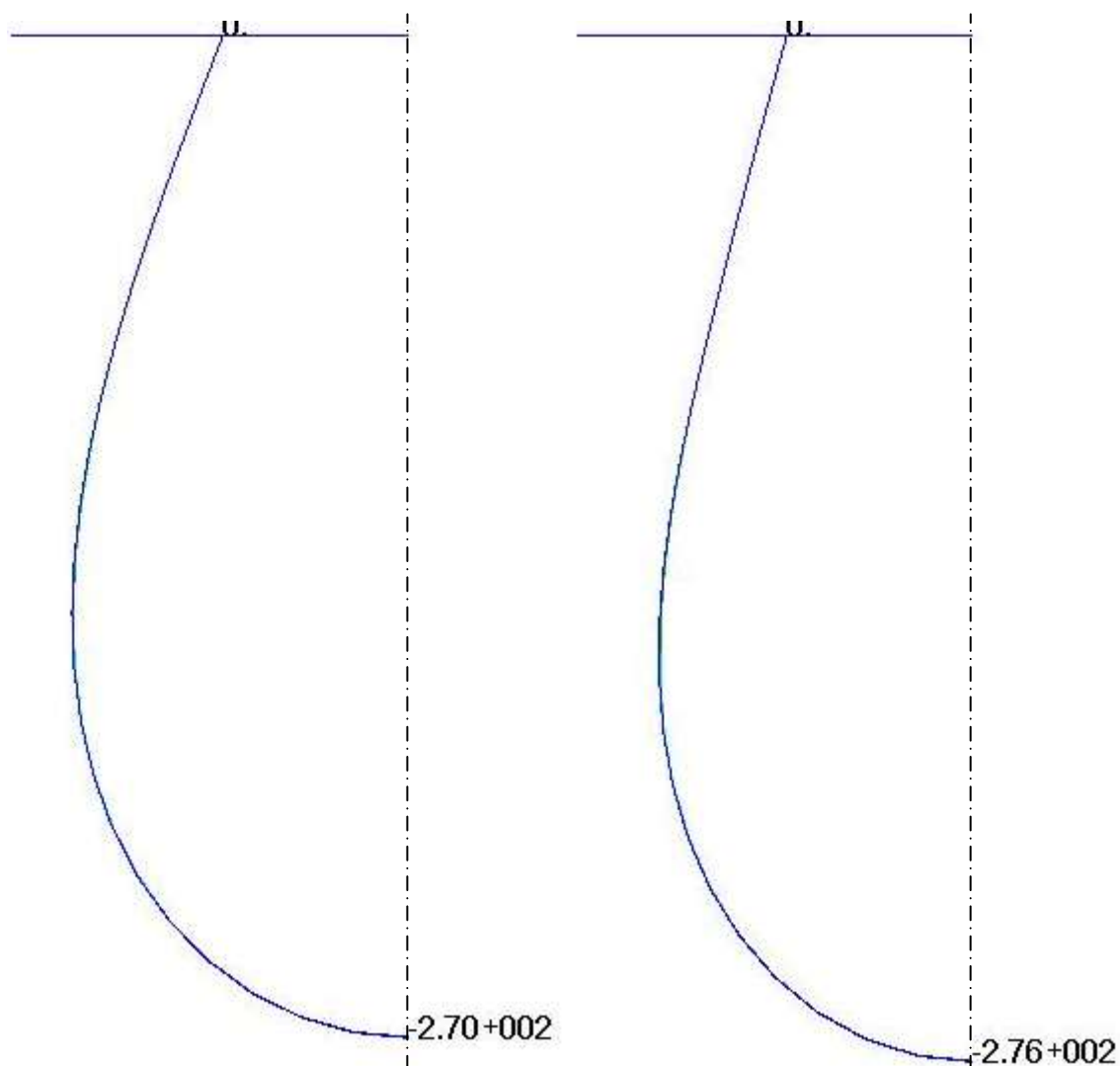


Obr. 4.13: Tlak aplikovaný na model.



Obr. 4.14: Tlak aplikovaný na model.

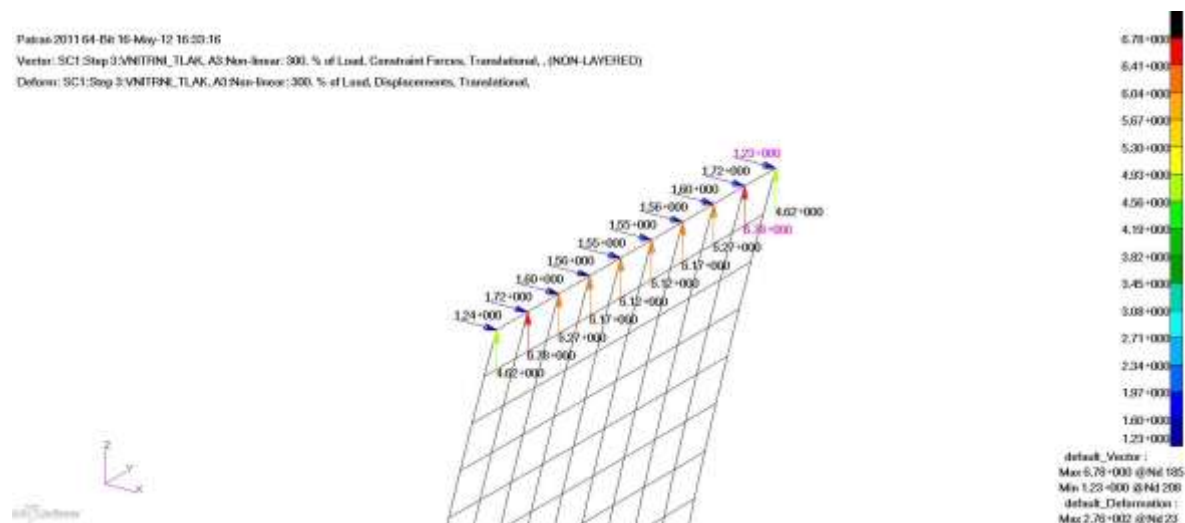
Změna tvaru křivky pásu je znázorněna na následujícím obrázku:



Obr. 4.15: Srovnání bočních křivek před a po aplikaci vnitřního tlaku

Křivka vlevo – deformace pásu pouze vlastní tíhou, křivka vpravo – deformace pásu s přidaným vnitřním tlakem.

Výsledky reakcí v osách X a Z:



Obr. 4.16: Reakce v závěsu.

Výsledky reakcí tabulkově:

Tabulka 2: Reakce v závěsu po aplikaci tlaku.

Č. uzlu	Reakce		
	Osa X	Osa Y	Osa Z
1	1.23501E+000	-1.89725E+000	4.62199E+000
24	1.71819E+000	-1.16344E+000	6.77757E+000
47	1.59585E+000	-8.36081E-001	6.27263E+000
70	1.56180E+000	-4.44124E-001	6.17414E+000
93	1.54730E+000	-1.43055E-001	6.12282E+000
116	1.54730E+000	1.43056E-001	6.12282E+000
139	1.56179E+000	4.44122E-001	6.17412E+000
162	1.59587E+000	8.36100E-001	6.27272E+000
185	1.71820E+000	1.16344E+000	6.77761E+000

Sumace jednotlivých složek		
1.53163E+001	1.43051E-006	5.99383E+001

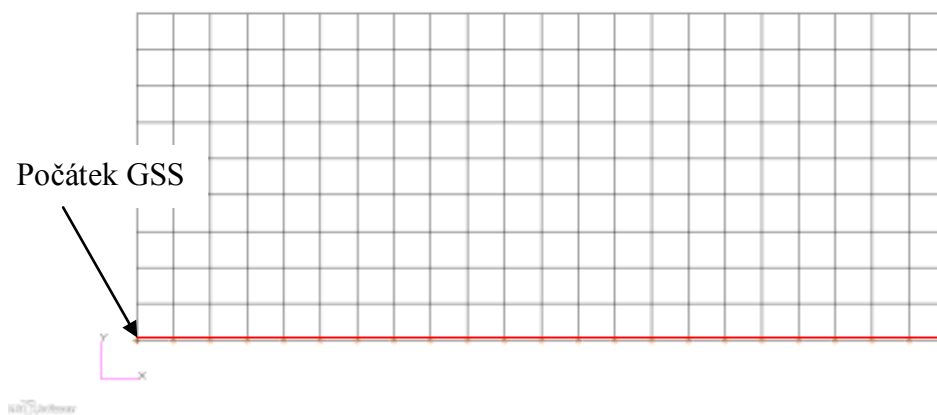
Po zatížení přidaným tlakem jsou celkové reakce v závěsu ve směru osy X 15,3 N a 60 N ve směru osy Z. Reakce v ose Y zůstává opět téměř nulová. Přesnost reakcí závisí na funkci předepsaného tlaku. Ta by měla respektovat zakřivení plochy po deformaci.

5 Výpočet objemu dopravovaného materiálu.

K výpočtu plochy se v matematice používá určitý integrál. Integrováním funkce na definovaném intervalu získáme velikost plochy mezi křivkou funkce a osou x . V případě výpočtu pomocí metody konečných prvků však není k dispozici funkce, jež by popisovala tvar křivky zdeformovaného pásu. K dispozici jsou pouze souřadnice jednotlivých uzlů a velikost jejich posuvů. Výpočet plochy pomocí určitého intervalu není možná.

Řešení nabízí numerická matematika. Při výpočtu se body mezi jednotlivými uzly interpolují zvolenou funkcí. Obdélníkové pravidlo používá k interpolaci konstantní funkci, lichoběžníkové pravidlo používá lineární funkci a Simpsonovo pravidlo používá kvadratickou funkci.

Z Patranu byly vyexportovány výsledky posuvů na příčné hraně pásu, jak je uvedeno na následujícím obrázku:



Obr. 5.1: Zvýrazněná hrana

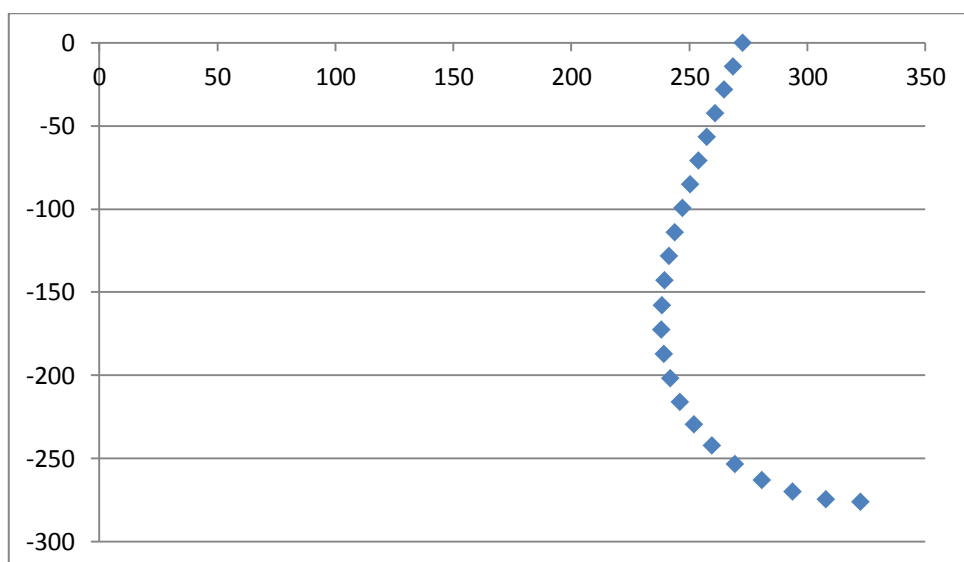
Uzly ležící na této hraně mají nulové hodnoty souřadnic v ose Y a Z . Na obrázku je rovněž pro přehlednost uveden počátek globálního souřadného systému (GSS). Následuje tabulka s výsledky posuvů těchto uzlů po zatížení tlakem.

Tabulka 3: Souřadnice uzlů a výsledky posuvů

Č. uzlu	Souřadnice před deformací			Složky posuvů		
	X	Y	Z	Osa X	Osa Y	Osa Z
1	0	0	0	272,5	0	0
2	14,659091	0	0	253,884842	0,028301	-14,151235
3	29,318182	0	0	235,425064	0,038132	-28,335821
4	43,97728	0	0	217,047195	0,044032	-42,540543
5	58,636364	0	0	198,73056	0,047373	-56,762196
6	73,295456	0	0	180,481339	0,049924	-71,003105
7	87,954552	0	0	162,330933	0,052723	-85,27224
8	102,613625	0	0	144,35025	0,056332	-99,588188
9	117,27272	0	0	126,66024	0,060581	-113,97623
10	131,931824	0	0	109,420265	0,064791	-128,46152
11	146,590897	0	0	92,81282	0,06827	-143,05586
12	161,249985	0	0	77,030922	0,070669	-157,7476
13	175,909103	0	0	62,272293	0,072057	-172,49271
14	190,568176	0	0	48,735619	0,072782	-187,20633
15	205,227264	0	0	36,615906	0,073254	-201,75375
16	219,886368	0	0	26,095577	0,073761	-215,94095
17	234,545456	0	0	17,327978	0,074406	-229,50726
18	249,204559	0	0	10,415998	0,075148	-242,11864
19	263,863647	0	0	5,379347	0,0759	-253,37885
20	278,522736	0	0	2,126601	0,076611	-262,84369
21	293,181854	0	0	0,427671	0,077277	-270,05466
22	307,840942	0	0	-0,102924	0,077826	-274,59064
23	322,5	0	0	0	0,078053	-276,14148

Z výsledku je patrné, že se pás deformuje prakticky pouze v rovině XZ, jak je vidět např. na Obr. 4.8 nebo Obr. 4.10. Posuvy uzlů v ose Y jsou zanedbatelné, a proto se dále s těmito posuvy nebude počítat. Prostým sečtením složek posuvů s počátečními souřadnicemi uzlů dostaneme souřadnice uzlů po deformaci.

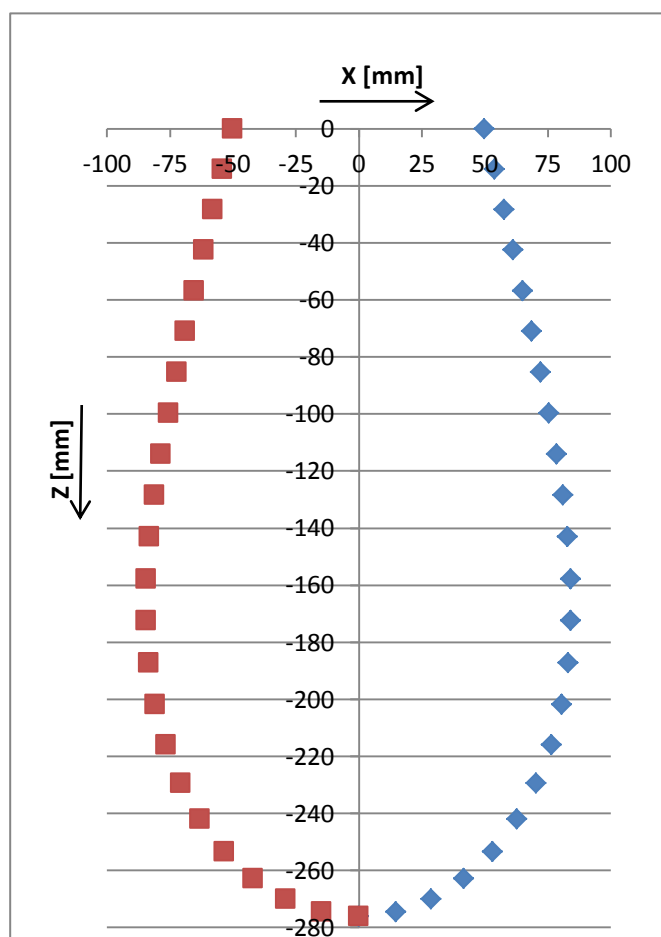
Na následujícím grafu je vidět, že poloha globálního souřadného systému není pro výpočet výhodná. Proto byl souřadný systém přesunut do osy symetrie. Toho bylo jednoduše dosaženo odečtením hodnoty 322,5 od x-ových souřadnic uzlů po deformaci. Upravené výsledky včetně grafu jsou vedeny v tabulce č. 4 a na Obr. 5.3.



Obr. 5.2: Graf souřadnic uzlů po deformaci v GSS

Tabulka 4: Upravené souřadnice uzlů po deformaci.

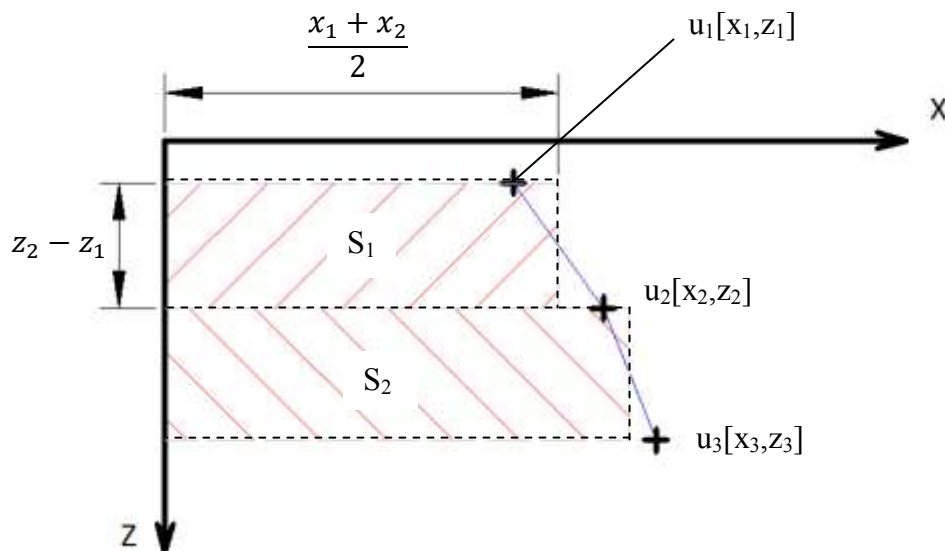
Č. uzlu	Souřadnice po deformaci	
	Osa X	Osa Z
1	-50	0
2	-53,956067	-14,151235
3	-57,756754	-28,335821
4	-61,475525	-42,540543
5	-65,133076	-56,762196
6	-68,723205	-71,003105
7	-72,214515	-85,27224
8	-75,536125	-99,588188
9	-78,56704	-113,976227
10	-81,147911	-128,461517
11	-83,096283	-143,055862
12	-84,219093	-157,747604
13	-84,318604	-172,492706
14	-83,196205	-187,206329
15	-80,65683	-201,753754
16	-76,518055	-215,940948
17	-70,626566	-229,507263
18	-62,879443	-242,118637
19	-53,257006	-253,378845
20	-41,850663	-262,843689
21	-28,890475	-270,054657
22	-14,761982	-274,590637
23	0	-276,141479



Obr. 5.3: Grafické znázornění výsledných souřadnic.

S takto upraveným souřadným systémem a využitím symetrie lze změnou znaménka u x-ových souřadnic získat souřadnice uzlů pásu jako celku (Obr. 5.3).

K výpočtu plochy bylo v tomto případě zvoleno obdélníkové pravidlo. Celková plocha průřezu je složena z dílčích obdélníkových ploch. Princip výpočtu plochy je znázorněn na následujícím obrázku:



Obr. 5.4: Princip výpočtu.

Obsah obdélníku získáme vynásobením délek jeho stran, tedy:

$$S_{oba} = a \cdot b \quad (5.1)$$

V tomto případě je délka strany a dána rozdílem z -ových souřadnic uzlů a strana b je dána průměrnou hodnotou x -ových souřadnic. Konkrétně:

$$S_1 = \frac{x_1 + x_2}{2} \cdot (z_2 - z_1) \quad (5.2)$$

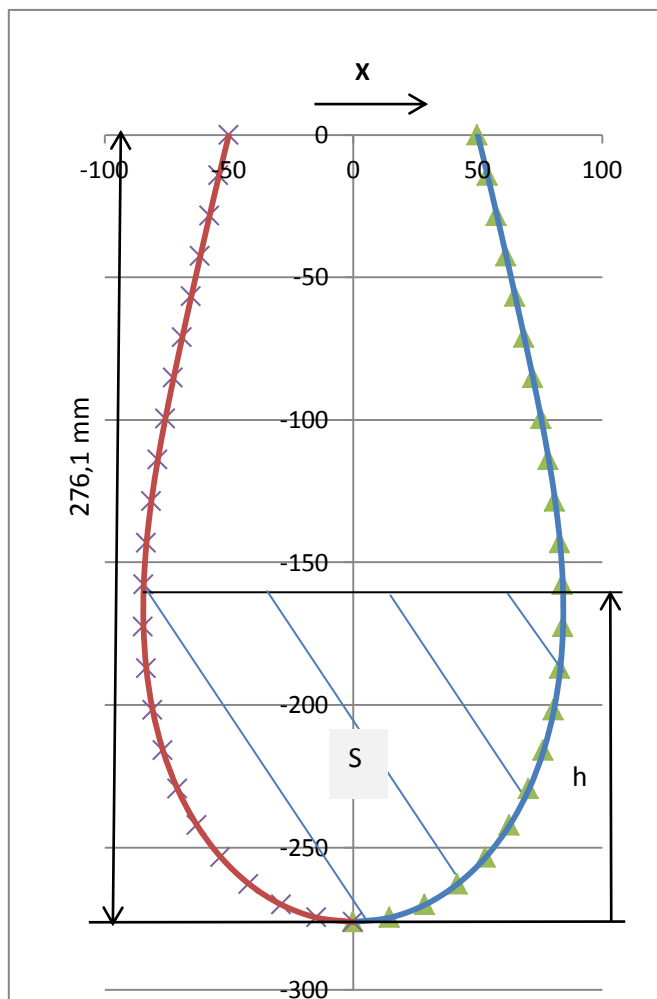
V případě, že máme souřadnice n uzlů, bude daná plocha výsledkem součtu $n-1$ ploch. Protože byla modelována pouze polovina pásu, musí se k získání celkové plochy průřezu tento součet vynásobit dvěma. Výsledný vztah:

$$S = 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \cdot (z_{i+1} - z_i) \right] \quad (5.3)$$

Po dosazení dat z tabulky 4 do vzorce (5.3) byla vypočítána celková plocha průřezu 38150,57 mm². Při provozu však dopravní pás nebude zaplněn materiálem v celém

průřezu, ale jen část. Velikost plochy S zaplněné dopravovaným materiálem je závislá na výšce h , jak je patrné na následujícím obrázku Obr. 5.5. výsledky jsou pak v tabulce 5.

Tabulka 5: Výsledky



Obr. 5.5: Obsah plochy

h [mm]	S [mm ²]
276,1	38150,57
262,0	36679,46
247,8	35094,86
233,6	33401,2
219,4	31600,62
205,1	29694,38
190,9	27683,32
176,6	25568,13
162,2	23350,89
147,7	21037,37
133,1	18640,34
118,4	16182,18
103,6	13697,08
88,9	11232,33
74,4	8848,687
60,2	6618,817
46,6	4622,606
34,0	2938,912
22,8	1631,192
13,3	731,0123
6,1	220,9002
1,6	22,8935
0,0	0

Výsledky byly získány postupným sčítáním dílčích ploch obdélníků. Ve výpočtu se neuvažuje změna deformace pásu (a tím i plochy průřezu) v závislosti na zaplnění a hustotě materiálu. K výpočtu objemu dopravovaného materiálu za jednotku času pak stačí danou plochu vynásobit rychlostí dopravního pásu. Tedy:

$$Q_V = S \cdot v$$

(5.4)

6 Závěr

V této práci bylo cílem vytvořit konečnoprvkový model dopravního pásu, který se svým chováním blíží chování reálného vzorku pásu. Dopravní pás je složen z několika vrstev s různých materiálu (viz. Obr. 3.2). K dispozici byla data z trhacích zkoušek těchto materiálu a rovněž výsledky mechanických zkoušek, jejichž výsledky jsou k vidění v kapitole 3.1. Na základě výsledků těchto experimentů pak byl v programu Patran 2011 vytvořen model tohoto pásu.

Výpočet se prováděl pro tři zátěžné stavy. V prvním se pás zavěsil za konce do otočných kloubů a pás se zatížil pouze vlastní tíhou. Výsledky deformace byly následně porovnány s příslušným experimentem.

Lineární výpočet, jehož výsledky jsou v kapitole 4.1, je nevhodný pro tento typ výpočtu, neboť se při něm předpokládají malé posuvy. Přesto byl pro zajímavost tento výpočet proveden. Výsledky ani vzdáleně neodpovídají výsledkům experimentu.

Naopak nelineární výpočet byl poměrně přesný. V prvním výpočtu byla odchylka svislého průhybu 5,8 % a odchylka posuvu kloubu 0,7 %. Rozměry vrstev byly upraveny ve snaze dostat se s přesností těchto odchylek pod 5 %. Horní i spodní pryžová vrstva byla zvětšena o 0,05 mm a střední vrstva zmenšena o 0,1 mm. Tím zůstala zachována celková tloušťka pásu 7 mm. Po této úpravě již byly odchylky 3,8 % u posuvu kloubu a 4,6 % u svislého průhybu středu pásu.

Druhý zátěžný stav měl předepsaný přísun závěsu, tak aby oba konce byly od středu 50 mm. Při tomto výpočtu se porovnávala velikost vodorovné reakce v závěsu. Při experimentu byla tato reakce 1,56 N (Obr. 3.7), při výpočtu 1,64 N. Odchylka reakce je 5,1 %. Reakce ve svislém směru odpovídá tíze pásu. Tím bylo ověřeno, že konečnoprvkový model pásu se chová téměř stejně jako jeho fyzický protějšek.

Třetí zátěžný stav má simulovat zaplnění vnitřku pásu dopravovaným materiálem. V tomto případě byl zvolen písek s hustotou 1500 kg/m^3 . Výsledky reakcí jsou v tabulce 5. Tyto výsledky nemusí zcela odpovídat realitě, jelikož byl tlak na pás aplikován v nezdeformovaném tvaru podle lineární funkce. K dosažení přesnějších výsledků by bylo potřeba nadefinovat funkci tlaku tak, aby respektovala zakřivení zdeformované plochy pásu a rostla lineárně se svislou souřadnicí, místo s délkou obvodové křivky.

Výsledky posuvů uzlů z třetího zátěžného stavu byly použity pro výpočet plochy tvořené dopravním pásem. Celková plocha průřezu je $38150,57 \text{ mm}^2$. K výpočtu plochy bylo použito numerické integrování pomocí obdélníkového pravidla. Objem dopravovaného materiálu pak závisí na rychlosti a zaplnění průřezu.

7 Seznam použité literatury

- [1] Polák J., Pavliska J., Slíva S.: *Dopravní a manipulační zařízení I.* VŠB-TU Ostrava, Ostrava 2001, ISBN 80-248-0043-8
- [2] Polák J., Bailotti K., Pavliska J., Hrabovský L.: *Dopravní a manipulační zařízení II.* VŠB-TU Ostrava, Ostrava 2003, ISBN 80-248-0493-X
- [3] Stehlík J.: *Dopravníky.* Technická univerzita v Liberci, Liberec 2004
- [4] Cvekl Z., Zavadil J.: *Zdvíhací stroje a dopravníky: díl II – dopravníky.* SNTL, Praha 1960
- [5] Podešva J., Karásek T.: *Bending of the layered conveyer belt.* In: Modelling and optimization of physical systems. Zeszyty naukowe katedry mechaniki stosowanej. Wydawnictwo Katedry Mechaniki Stosowanej, Politechnika Slaska, Gliwice, 2002, vol. 19, ISBN 83-917224-0-6, p. 131 - 134.
- [6] Hrabovský, L.: *Kapsový dopravník sypkých a kusových odpadových hmot.* In Sb. "Technika ochrany prostredia, TOP 2002", 2002, Častá-Papiernička, Slovensko
- [7] Fusek M., Halama R.: *MKP a MHP*, 2011
- [8] Fusek M.: *MKP v Nastranu a Patranu.* VŠB-TU Ostrava, Ostrava 2011
- [9] Lenert J.: *Pružnost a pevnost I.* VŠB-TU Ostrava, Ostrava 2005, ISBN 80-248-0113-2
- [10] Kučera R.: *Numerické metody.* VŠB-TU Ostrava, ISBN 80-248-1198-7
- [11] *MD Nastran Linear Static Analysis User's Guide.* MSC.Software Corporation, 2011